

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Controle a Estrutura Variável Aplicado a um Atuador Hidráulico

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina
como requisito parcial à obtenção do título de
Mestre em Engenharia Elétrica

Luís Gustavo Cavalcanti de Oliveira Lopes

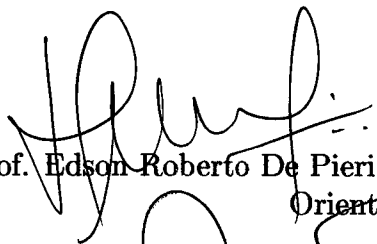
Florianópolis, 11 de julho de 1997

Controle a Estrutura Variável Aplicado a um Atuador Hidráulico

Luís Gustavo Cavalcanti de Oliveira Lopes

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia**, modalidade **Engenharia Elétrica**, área de concentração **Sistemas de Controle, Automação e Informática Industrial**, e aprovada em sua forma final pelo curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Florianópolis, 11 de julho de 1997.

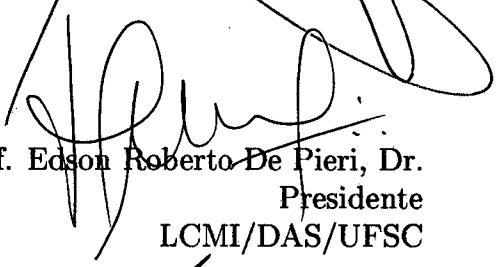


Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr.
Orientador

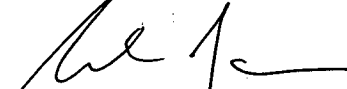


Prof. Adroaldo Raizer, Dr.
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

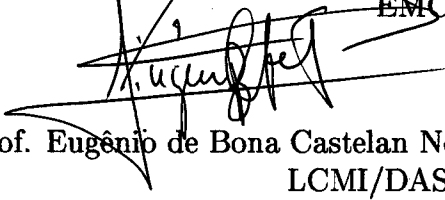
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr.
Presidente
LCMI/DAS/UFSC



Prof. Raul Guenther, D.Sc.
Co-orientador
EMC/UFSC



Prof. Eugênio de Bona Castelan Neto, Dr.
LCMI/DAS/UFSC



Eng. Werner Kraus Júnior, Ph.D.
LCMI/DAS/UFSC

*... Encontrará
Lavrado o campo,
A casa limpa,
A mesa posta,
Com cada coisa em seu lugar.*

Manuel Bandeira

*Aos meus pais,
Gaudêncio e Glauce.*

*Aos meus irmãos,
Marcelo e Flávio.*

*Às minhas avós,
Doralice, Dolores e Ana Maria.*

Agradecimentos

Em primeiro lugar, e acima de tudo, gostaria de agradecer sinceramente à minha família por ter transformado a ausência e a saudade sentidas ao longo deste período em esperança e incentivo para a conclusão deste trabalho.

Aos Professores Edson Roberto De Pieri e Raul Guenther, tanto pela perfeita orientação, como (e principalmente) pela sincera amizade que cultivamos.

Aos Professores Eugênio de Bona Castelan Neto e Werner Kraus Júnior, pela participação na banca examinadora e pelas valiosas contribuições.

Aos meus *irmãos em armas*, Fernando Luiz Rosa Mussoi, Jézer Oliveira Pedrosa e Mauro André Barbosa Cunha, um agradecimento especial pelo convívio e amizade demonstrados.

Aos amigos com os quais compartilhei os bons e maus momentos vividos neste período. Em especial a Augusto Loureiro, Andriano Alves, Carlos Esperança, Cícero Santos, Cláudia Castro, Cleto Leal, Dadier Becerra, Eduardo Sodré, Éverton Santos, Lau Lung, Luciene Costa, Mônica Savi, Nazaré Lima, Raimundo Teive, Roberto Lotero, Viviani Bonetti e Wellington Alves.

Aos funcionários do LCMI e PGEEL, principalmente Kelly Vasel e Wilson Costa, pela boa vontade constante.

Ao LCMI e à CAPES pelo suporte material e financeiro.

A Deus, pois, sem Ele, tudo seria inútil.

Índice

Lista de figuras	xi
Resumo	xiii
Abstract	xiv
1 Introdução	1
2 Modelagem de sistemas hidráulicos	5
2.1 Introdução	5
2.2 Propriedades e relações fundamentais dos fluidos	7
2.2.1 Princípios de conservação da massa e da energia - Equação de Bernoulli	8
2.2.2 Exemplo de aplicação da equação de Bernoulli	10
2.2.3 Fluxo através de orifícios	12
2.3 Servoválvula controladora de vazão	14
2.3.1 Classificação das servoválvulas	15
2.3.2 Descrição matemática da servoválvula	18
2.4 O atuador linear hidráulico	21
2.4.1 Princípio de funcionamento do atuador linear hidráulico	21
2.4.2 Modelagem matemática do atuador linear hidráulico	22

2.5	Conclusão	26
3	Controle do atuador linear hidráulico	28
3.1	Introdução	28
3.2	Considerações sobre o modelo	29
3.2.1	Fontes de incerteza	31
3.3	Técnicas de controle aplicadas ao atuador hidráulico	32
3.3.1	Controle clássico	33
3.3.2	Controlador por realimentação de estados	38
3.4	Controlador em cascata	40
3.4.1	Controle em cascata aplicado ao atuador hidráulico	42
3.5	Conclusão	45
4	Sistemas de controle a estrutura variável	46
4.1	Introdução	46
4.2	Sistemas de controle a estrutura variável	47
4.3	Superfície de deslizamento	50
4.3.1	Análise de sistemas lineares em forma regular	53
4.4	Lei de controle	54
4.5	Robustez do controle a estrutura variável	58
4.6	Chattering	61
4.7	Exemplo de síntese e aplicação de modos deslizantes	63
4.7.1	Síntese do controlador	65
4.8	Conclusão	70
5	Resultados de simulações	74

5.1	Introdução	74
5.2	Simulações com o controlador nominal	74
5.2.1	Comportamento regulador	76
5.2.2	Comportamento servo	79
5.3	Simulações com o sistema perturbado	79
5.3.1	Comportamento regulador	82
5.3.2	Comportamento servo	82
5.4	Aplicação para o modelo não-linear	84
5.5	Conclusão	87
6	Conclusões	88
	Bibliografia	91

Lista de Figuras

2.1	Sistema de controle hidráulico	6
2.2	Princípio de conservação da massa	9
2.3	Sistema de nível	11
2.4	Escoamento através de um orifício	13
2.5	Servoválvulas tipo carretel (a) 3 vias (b) 4 vias	16
2.6	Válvulas tipo (a) bocal-defletor 4 vias (b) tubo-injetor 4 vias	17
2.7	Centro (a) crítico (b) subcrítico (c) supercrítico	18
2.8	Válvula carretel - diâmetro típico 6mm; deslocamento típico 0.6mm	19
2.9	Atuador linear hidráulico	21
3.1	Estrutura dos controladores clássicos	34
3.2	Lugar das raízes para controlador P	35
3.3	Lugar das raízes para controlador PD	36
3.4	Lugar das raízes para controlador PI	36
3.5	Lugar das raízes para controlador PID	37
3.6	Resposta ao degrau para realimentação de estados	39
3.7	Estrutura de um sistema em cascata	40
3.8	Representação do atuador hidráulico (a) em estrutura cascata (b)	43
4.1	Comportamento sob condições de incertezas	48

4.2	Exemplo de movimento em duas superfícies de deslizamento	49
4.3	Trajectoria do estado para o sistema $\dot{x} = -sgn(x)$	49
4.4	Modo deslizante para: (a) chaveamento ideal; (b)chattering	61
4.5	Modo deslizante em uma ϵ -vizinhança	62
4.6	Modificação da função $sgn(S)$ para criação da camada limite	63
4.7	Conjunto massa-mola-amortecedor	64
4.8	Diagrama do conjunto massa-mola-amortecedor	70
4.9	Comportamento regulador para sistema nominal ($F_{AT} = 0$)	71
4.10	Comportamento servo para sistema nominal ($F_{AT} = 0$)	71
4.11	Comportamento regulador para sistema perturbado ($F_{AT} \neq 0$)	72
4.12	Comportamento servo para sistema perturbado ($F_{AT} \neq 0$)	72
4.13	Comportamento regulador para sistema perturbado ($F_{AT} \neq 0$)	73
4.14	Comportamento servo para sistema perturbado ($F_{AT} \neq 0$)	73
5.1	Desempenho do sistema nominal para comportamento regulador	78
5.2	Desempenho do sistema nominal para comportamento servo	80
5.3	Representação da perturbação sobre o sistema	81
5.4	Desempenho do sistema perturbado para comportamento regulador	83
5.5	Desempenho do sistema perturbado para comportamento servo	85
5.6	Aplicação do controlador linear para o modelo não-linear	86

Resumo

O objetivo principal deste trabalho é a modelagem e o controle robusto de um sistema hidráulico de posicionamento, conhecido como atuador linear hidráulico. Após ter-se obtido o modelo matemático que descreve o seu comportamento, uma técnica de controle, o controle em cascata, é proposta de tal forma a decompor o modelo do atuador hidráulico em dois subsistemas: o subsistema hidráulico e o subsistema mecânico, onde o segundo é acionado pelo primeiro. Os dois subsistemas são, então, tratados separadamente em termos de controle. À parte hidráulica é aplicada uma realimentação linearizante, enquanto que para a parte mecânica é proposto um controlador de modos deslizantes, baseado na teoria de controle de estrutura variável. A lei de controle global assim proposta garante o desempenho desejado para o sistema, mesmo estando este sob condições de incertezas paramétricas e sujeito a perturbações externas. Resultados de simulações ilustram os desempenhos obtidos e comprovam a eficiência da técnica proposta.

Palavras-chave: atuadores hidráulicos, controle em cascata, estrutura variável, modos deslizantes, robustez.

Abstract

Variable structure control applied to hydraulic actuators

The main aim of this work is the modelling and control of a hydraulic servopositioning system, known as linear hydraulic actuator. Once its mathematical model is obtained, a cascade control technique is presented, which is able to decouple the hydraulic actuator model in two subsystems: the hydraulic subsystem and the mechanical subsystem, where the second one is driven by the first one. Both subsystems are controlled separately. A feedback linearization control law is applied to the hydraulic part, while a sliding modes controller, based upon the variable structure theory, is used for the mechanical part. The whole control law ensures the desired performance, even in the presence of parametric uncertainties and external disturbances. Simulation results illustrate the obtained responses and confirm the proposed technique efficiency.

Key words: hydraulic actuators, cascade control, variable structure, sliding modes, robustness.

Capítulo 1

Introdução

... Proceed, with fingers crossed.

ETEX help message

Robôs manipuladores são estruturas cinemáticas compostas de elos mecânicos ligados entre si, formando uma cadeia cinemática aberta (quando cada elo se liga, no máximo, a outros dois, um em cada extremidade), ou fechada (quando é possível percorrer um caminho fechado sobre os braços do manipulador e voltar ao mesmo ponto de partida). Os elos são interligados uns aos outros através de juntas, nas quais existem atuadores que produzem os movimentos do manipulador, que, grosso modo, terão tantos graus de liberdade quantas forem as juntas que compõem o robô. A forma mais fácil de se abstrair um manipulador é pensar no braço humano, que seria um manipulador com sete graus de liberdade, considerando-se do ombro à ponta dos dedos.

O uso de robôs manipuladores em aplicações industriais está se tornando cada vez mais freqüente. Tarefas que exigem alto grau de precisão associado a uma grande rapidez na execução, atividades de caráter perigoso ou repetitivo, bem como tarefas de movimentação e manipulação de grandes cargas já são comumente desempenhadas por robôs manipuladores.

Devido ao aumento da complexidade e imposições de desempenho sobre as tarefas a serem executadas pelos manipuladores, a ciência e a tecnologia da robótica têm se desenvolvido rapidamente nos últimos anos, e novos esquemas de controle de robôs têm sido propostos.

Dependendo do tipo específico de tarefa a ser realizada pelo manipulador, três classes de acionamento são disponíveis: acionamentos elétricos, hidráulicos e pneumáticos. Nos esquemas de acionamento elétrico, motores elétricos são diretamente acoplados às juntas do manipulador, convertendo potência elétrica diretamente em potência mecânica. Neste tipo de controle, a dinâmica do atuador elétrico é normalmente desprezada, representando uma vantagem em termos de controle [23],[41]. Nos esquemas de acionamento hidráulico ou pneumático, fluidos¹ são utilizados como mecanismos de amplificação e transmissão de potência, permitindo, por exemplo, que elevados níveis de saída sejam obtidos através de pequenos sinais de entrada [13]. Esta possibilidade torna a relação torque/dimensão dos atuadores hidráulicos ou pneumáticos bem mais eficiente que os atuadores elétricos [20].

Além disto, outras vantagens adicionais podem ser citadas [13],[28],[35]:

- Flexibilidade no projeto, devida à existência de atuadores lineares e rotacionais;
- Podem ser utilizados sob condições mais severas de operação;
- Tamanho reduzido em relação aos atuadores elétricos dimensionados para uma mesma tarefa.

Apesar destas e de outras vantagens, a maioria das aplicações industriais de robôs manipuladores apresenta esquemas de acionamento elétrico. Isto se deve ao fato de que sistemas hidráulicos são, na maioria das vezes, não-lineares e mais complexos e difíceis de analisar em termos de controle do que atuadores elétricos, já que apresentam uma dinâmica pouco amortecida [16],[30]. Um outro ponto a ser considerado é que sistemas hidráulicos são mais sujeitos a variações paramétricas e perturbações do que sistemas elétricos, e por isso os controladores para tais sistemas precisam garantir robustez frente a estas perturbações.

A questão da robustez é fundamental em robôs manipuladores. Em situações que se deseja o seguimento de uma trajetória definida como, por exemplo, nos casos de aplicação de solda ou pintura em uma linha de montagem, o resultado final da tarefa é diretamente relacionado à precisão e robustez do controle [3].

¹Neste trabalho, o termo fluido será utilizado no seu sentido estrito, ou seja, substância sem forma fixa e que, portanto, pode escoar.

Diversos trabalhos têm sido propostos no sentido de contornar os problemas da utilização de atuadores hidráulicos. Entre eles, pode-se citar os trabalhos que tratam da modelagem dos atuadores [1],[12] e controle utilizando técnicas clássicas [29], controle em cascata [16],[20],[30], técnicas de controle adaptativo [7],[30] e controle por estrutura variável [17],[18],[24],[26]. São conhecidas, por exemplo, as limitações físicas e de desempenho decorrentes da utilização de controladores clássicos ou por realimentação de estados [29]. O objetivo principal deste trabalho é, portanto, apresentar um controlador robusto de acionadores hidráulicos para aplicações em robôs manipuladores. A técnica utilizada, o controle em cascata, permite o desacoplamento entre as dinâmicas hidráulica e mecânica do atuador, possibilitando tratá-lo como dois subsistemas interconectados [16],[20]. Para o controle do subsistema hidráulico, utiliza-se uma realimentação linearizante, enquanto que o subsistema mecânico é tratado através de controle por estrutura variável.

A escolha de controle por estrutura variável deve-se ao fato de ele representar uma forma robusta de controlar plantas não-lineares; por este motivo, tem sido amplamente utilizado em diversas áreas de aplicação [21]. Esta técnica vem sendo estudada por diversos autores, em particular, a nível teórico, por Utkin [37], DeCarlo [10],[11], e em aplicações para robôs manipuladores com acionamento elétrico [2],[3],[15],[34] e acionamento hidráulico [17].

O presente trabalho é então dividido como segue:

No capítulo 2 é feito um embasamento sobre a modelagem de sistemas hidráulicos. Princípios e equações fundamentais necessários ao tratamento destes sistemas são desenvolvidos, culminando nas modelagens não-linear e linear do atuador linear hidráulico.

O capítulo 3 apresenta os problemas relacionados ao controle de atuadores hidráulicos e as limitações encontradas por técnicas convencionais, e mostra o esquema de controle em cascata utilizado.

Um fundamento matemático de controle por estrutura variável a modos deslizantes é dado no capítulo 4, onde as técnicas de projeto sob esta ótica são apresentadas. Um exemplo de aplicação deste tipo de controlador é apresentado para um sistema massa-mola-amortecedor viscoso (similar ao subsistema mecânico do atuador linear hidráulico).

Resultados de simulação para o controlador projetado são ilustrados no capítulo 5, onde o controlador é testado para controle de posição e seguimento de trajetória, aplicado tanto para o modelo não-linear quanto para o modelo linearizado do atuador hidráulico, bem como considerando incertezas do modelo e perturbações externas.

Encerrando este trabalho, o capítulo 6 coloca as conclusões obtidas e as perspectivas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Modelagem de sistemas hidráulicos

2.1 Introdução

Nas atividades industriais, quando acionamento ou movimentação de grandes cargas são necessários, é mais conveniente a utilização de sistemas hidráulicos do que de sistemas elétricos. Ao invés de converter potência elétrica diretamente em potência mecânica para a aplicação final, como ocorre nos esquemas de acionamento elétrico, nos sistemas hidráulicos a potência elétrica é convertida em potência mecânica, e esta convertida em potência hidráulica através de uma bomba hidráulica. Esta potência hidráulica é então convertida em potência mecânica disponível para as tarefas usuais em aplicações industriais através de atuadores hidráulicos.

A principal vantagem obtida em se intercalar um sistema hidráulico na sequência de conversão de energia é a facilidade com que se pode obter elevados níveis de saída (torque ou força) com sinais de entrada de pequena amplitude. Para um mesmo nível de saída desejado, o esquema elétrico correspondente teria uma dimensão consideravelmente maior [13]. Esta excelente relação torque/dimensão também é uma vantagem dos esquemas hidráulicos [20]. Além disto, o acionamento pode ser exercido à distância, através de redes de transferência de fluidos geometricamente complexas. Outras vantagens poderiam ainda ser citadas [13],[28],[35]:

- Não apresentam problemas tais como folgas em engrenagens, vibrações e flexibilidades nas transmissões, comuns nos acionamentos elétricos;

- São mais vantajosos do ponto de vista de transferência de calor, visto que o fluido funciona como elemento refrigerador;
- Podem ser operados sob condições contínuas, intermitentes, de reversão e parada sem avarias;
- Disponibilidade de atuadores lineares e rotacionais;
- Devido às baixas fugas, apresentam pequenas quedas de velocidade quando cargas são aplicadas.

Devido a estas e outras vantagens, a utilização de sistemas de acionamento hidráulico é bastante comum em aplicações práticas como, por exemplo, sistemas de direção, embreagem e freios em automóveis, trens de pouso e controladores de altitude em aeronaves, máquinas-ferramenta, prensas e misturadores, robôs manipuladores etc. [13].

A figura 2.1 mostra esquematicamente o funcionamento de um sistema de controle de posição hidráulico.

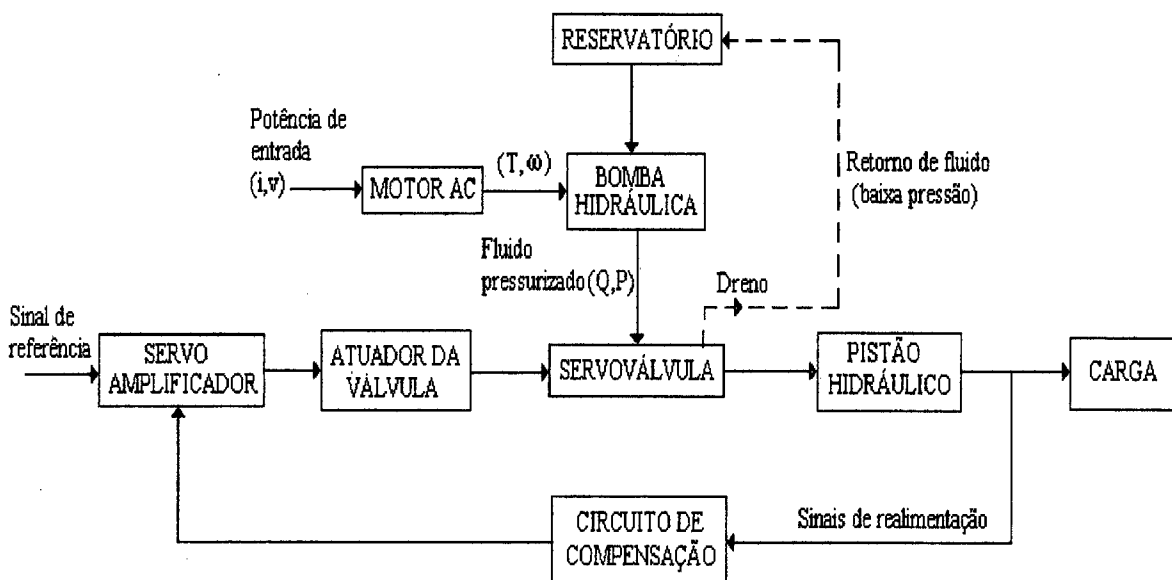


Figura 2.1: Sistema de controle hidráulico

Através de um motor AC, a potência primária, em termos de tensão e corrente elétricas (i, v) , é convertida em potência mecânica (torque e velocidade (T, ω)), que por sua vez é

convertida em potência hidráulica (vazão e pressão (Q, P)) por uma bomba hidráulica, ou seja, tem-se:

$$(i, v) \xrightarrow{\eta_m} (T, \omega) \xrightarrow{\eta_h} (Q, P)$$

onde η_m é o rendimento do motor elétrico, da ordem de 90% , e η_h é o rendimento da bomba hidráulica, não superior a 60% . A vazão do fluido pressurizado para o pistão é controlada através da servoválvula, que assim determina o comportamento da carga. Através do circuito de compensação, a posição da carga é utilizada para o cálculo do sinal de erro, que é amplificado e usado como entrada do elemento acionador da válvula, normalmente um motor de torque.

Em aplicações práticas, considera-se que o suprimento de fluido pressurizado tem sua pressão mantida constante, apesar de variações de carga ou vazamentos na linha. Portanto os elementos principais de sistemas de controle hidráulico são a servoválvula e o pistão atuador, que formam o conjunto **atuador hidráulico**.

Neste capítulo, portanto, são desenvolvidas as ferramentas matemáticas necessárias à descrição e modelagem deste conjunto.

2.2 Propriedades e relações fundamentais dos fluidos

No estudo de sistemas hidráulicos, assim como em sistemas mecânicos newtonianos, propriedades e variáveis fundamentais que descrevem completamente o comportamento dinâmico dos sistemas precisam ser determinadas. Para o caso de sistemas hidráulicos, este comportamento é descrito por duas variáveis fundamentais, que são a pressão e a velocidade do fluido, as quais têm a mesma representatividade para escoamentos que os estados têm para sistemas newtonianos [4].

A pressão P , que é a força exercida por unidade de área e cuja unidade é o N/m^2 (*Pascal*)¹, é uma medida da energia de um escoamento, análoga à energia potencial em sistemas newtonianos, e, portanto, uma partícula fluida é acelerada na direção negativa do gradiente de pressão.

¹Adotam-se aqui as unidades do Sistema Internacional de Unidades; em aplicações práticas as unidades mais comuns seriam *atm*, *psi* ou *bar*, visto que o *Pascal* é uma grandeza muito pequena.

Para definir completamente a velocidade de um escoamento numa região, precisam-se especificar três componentes, para as dimensões x , y e z do espaço. Contudo, visto o direcionamento deste trabalho, apenas escoamentos lineares serão considerados, permitindo tratar a velocidade como uma grandeza escalar e não vetorial.

Além das variáveis básicas, são necessárias também constantes que representem propriedades físicas dos sistemas hidráulicos. Estas propriedades são a **viscosidade**, a **densidade** e o **módulo de elasticidade**. A densidade ρ mede a quantidade de massa por unidade de volume, e sua unidade é o Kg/m^3 . Devido ao fato de os líquidos serem pouco compressíveis, em algumas análises será conveniente considerá-la constante². A viscosidade μ , cuja unidade é o Ns/m^2 , mede como ocorre dissipação de energia em escoamentos. A última propriedade, o módulo de elasticidade β (conhecido na literatura como *bulk modulus*) mede a capacidade de um líquido de ser comprimido; sua unidade é a mesma da pressão (N/m^2) e pode ser definido pela relação:

$$\beta = \frac{\rho}{d\rho} dP \quad (2.1)$$

onde $d\rho$ é a variação incremental na densidade do fluido provocada por uma variação incremental dP na pressão. Quanto maior o módulo de elasticidade de um fluido, menor a sua capacidade de ser comprimido, sendo necessária uma grande variação de pressão para uma mudança perceptível na densidade. A maioria dos fluidos utilizados em aplicações industriais apresenta um módulo de elasticidade da ordem de $10^9 N/m^2$ [4].

2.2.1 Princípios de conservação da massa e da energia - Equação de Bernoulli

Na modelagem de sistemas hidráulicos, as equações diferenciais que relacionam as constantes ou propriedades físicas dos fluidos com suas variáveis fundamentais e descrevem o comportamento dinâmico dos sistemas são normalmente obtidas utilizando-se os princípios de conservação da massa e da energia. Estes podem ser enunciados como [4]:

Princípio de conservação da massa: Se um certo volume de controle é considerado, então o fluxo líquido de massa através da superfície de controle é igual à variação da

²Vale a pena salientar que, em alguns casos, como na dedução da equação da servoválvula (que será vista posteriormente) é fundamental considerar a variação da densidade com a pressão.

massa no interior do volume de controle. Como referência, adota-se como fluxo positivo se a massa entra no volume de controle.

Considere-se, pois, o volume de controle representado na figura 2.2, onde se tem um escoamento unidirecional através de um volume de controle. As variáveis representam

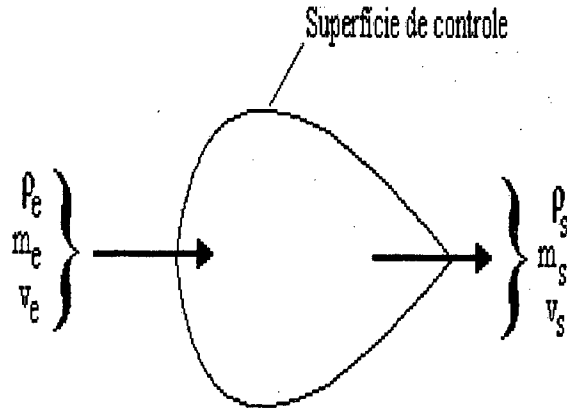


Figura 2.2: Princípio de conservação da massa

densidade, massa do fluido e velocidade. Os índices representam estas variáveis na entrada e saída do volume de controle. Do princípio de conservação da massa:

$$\begin{aligned}\rho_E Q_E - \rho_S Q_S &= \dot{m} \\ \rho_E Q_E - \rho_S Q_S &= \frac{d}{dt}(\rho V) \\ \rho_E Q_E - \rho_S Q_S &= \rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt}\end{aligned}\quad (2.2)$$

onde Q é a vazão do fluido, em m^3/s e V é o volume do volume de controle, em m^3 . Substituindo a equação (2.1) em (2.2), e considerando que a massa é uniformemente distribuída no volume de controle, e portanto $\rho_E = \rho_S = \rho$, tem-se:

$$Q_E - Q_S = \frac{V}{K} \frac{dP}{dt} + \frac{dV}{dt}\quad (2.3)$$

A equação (2.3) é conhecida com **equação da continuidade**.

Princípio de conservação da energia: Se, para um escoamento líquido, os efeitos da viscosidade são ignorados, de forma a não haver dissipação de energia, se este é considerado estacionário (velocidades e pressões são funções apenas das coordenadas geométricas

do escoamento, sendo independentes do tempo), incompressíveis e irrotacionais, então a energia total do escoamento é conservada, ou seja, a soma das energias cinética e potencial é constante. Em termos das propriedades físicas e variáveis fundamentais tem-se:

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + P = cte \quad (2.4)$$

A equação (2.4) é conhecida como equação de Bernoulli. O primeiro termo corresponde à energia cinética, once v é a magnitude da velocidade do escoamento. Os outros dois termos correspondem à energia potencial, sendo o termo $\rho g z$ relativo à energia potencial gravitacional em relação a um certo referencial, e P o termo de energia potencial de pressão. A aplicação desta equação se faz quando é necessário comparar dois pontos quaisquer em um escoamento, e por isso é comum sua representação na forma:

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2 + P_2 \quad (2.5)$$

Vale salientar, porém, que as imposições feitas ao escoamento nunca são obtidas na prática, pois, por menores que sejam, variações na densidade e por conseguinte na compressibilidade do fluido, dependência do tempo nas pressões e velocidades e efeitos de dissipação sempre existem. Diferentemente do princípio de conservação da massa, que tem *status* de lei, a equação de Bernoulli é apenas uma aproximação que relaciona as interações entre pressão, velocidade e altura em um escoamento. Na maioria dos casos, esta aproximação fornece resultados suficientemente confiáveis e precisos, não comprometendo a validade da modelagem [4]. A equação de Bernoulli juntamente com a equação da continuidade terão papel fundamental na descrição da servoválvula, elemento principal do sistema de controle hidráulico em estudo.

2.2.2 Exemplo de aplicação da equação de Bernoulli

Um exemplo simples será utilizado para mostrar a aplicação da equação de Bernoulli como ferramenta simplificadora na modelagem de sistemas hidráulicos. Na figura 2.3, um tanque de seção transversal A contém água, a qual flui por um pequeno orifício de área A_0 situado na parte inferior do tanque. Ao mesmo tempo, a água é suprida ao tanque pela parte superior a uma vazão constante e igual a q_0 . A água será considerada incompressível para a aplicação da equação de Bernoulli. Deseja-se estabelecer um modelo matemático que represente a altura da coluna de água em função do tempo, ou seja, $z(t)$.

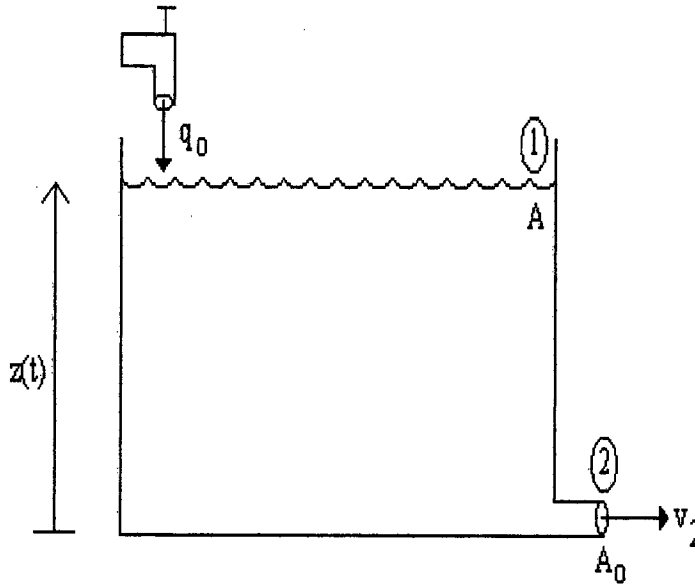


Figura 2.3: Sistema de nível

Aplicando inicialmente o princípio de conservação da massa, tem-se que a massa total m de água no tanque é igual a ρAz . Este valor varia à medida que a água flui através do orifício e entra pela parte superior do tanque. A variação resultante na massa é portanto igual à diferença entre as taxas de massa que entra e sai. Portanto:

$$\frac{d}{dt}(\rho Az) = \rho(q_0 - A_0 v_2)$$

onde a taxa de massa que sai é igual ao produto da vazão de saída ($A_0 v_2$) pela densidade. Tem-se então:

$$\rho A \dot{z} = \rho q_0 - \rho A_0 v_2 \quad (2.6)$$

desde que a água foi considerada incompressível. Aplicando a equação de Bernoulli aos pontos 1 e 2 do sistema, correspondentes à superfície da água e à saída do orifício, respectivamente, pode-se relacionar a velocidade de saída da água com a cota do líquido no tanque:

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g z_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g z_2 + P_2 \quad (2.7)$$

As seguintes considerações podem ser feitas:

- Já que a área A é muito maior que a área A_0 , a velocidade no ponto 1 é muito pequena em comparação à velocidade no ponto 2, podendo ser desprezada. Tem-se então $v_1 = 0$ e $v_2 = v$.

- As pressões nos pontos 1 e 2 são iguais à pressão atmosférica, podendo ser canceladas em ambos os lados da equação.
- O nível no ponto 2 pode ser tomado como referência, e a altura da coluna de água será a cota do ponto 1, ou seja, $z_1 = z$ e $z_2 = 0$.

A equação (2.7) toma a forma:

$$v = \sqrt{2gz} \quad (2.8)$$

Substituindo-se (2.8) em (2.6), tem-se:

$$\dot{z} = \frac{q_0}{A} - \frac{A_0}{A} \sqrt{2gz} \quad (2.9)$$

A equação diferencial não-linear representada em (2.9) descreve a dinâmica do sistema de nível.

2.2.3 Fluxo através de orifícios

Uma aplicação fundamental da equação de Bernoulli permite descrever o comportamento de escoamentos através de orifícios³, provocados por uma brusca redução da seção do escoamento. Isto tem enorme relevância, visto que na maioria das aplicações práticas de dispositivos hidráulicos, fluido é conduzido através de pequenas aberturas de válvulas, que, devido às suas pequenas dimensões, podem ser tratadas como orifícios.

Considere-se o escoamento em regime permanente de um fluido ideal através de um orifício de área A_0 , como mostrado na figura 2.4.

Na câmara da esquerda, existe um fluido hidráulico a uma alta pressão P_1 , que é forçado a passar através de uma pequena abertura de área A_0 para a câmara da direita, que está a uma pressão menor P_2 . Como dito anteriormente, o fluido deve acelerar na direção negativa do gradiente de pressão. De acordo com a equação de Bernoulli, esta aceleração e conseqüente aumento de velocidade acarreta uma brusca queda de pressão.

³Entende-se por orifício uma abertura ou passagem cuja área efetiva é suficientemente menor que as demais dimensões envolvidas no sistema

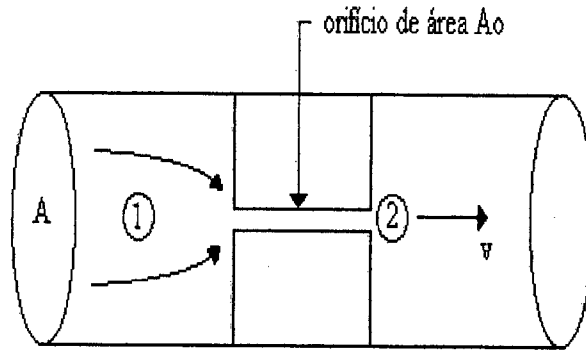


Figura 2.4: Escoamento através de um orifício

Aplicando (2.5) aos pontos 1 e 2 do escoamento, correspondentes à entrada e à saída do orifício, pode-se escrever:

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2 + P_2$$

Novamente, algumas considerações devem ser feitas:

- Como a área A do cilindro é muito maior que a área A_0 do orifício, a velocidade no ponto 1 pode ser desprezada, portanto $v_1 = 0$.
- Os pontos 1 e 2 podem ser tomados a partir de uma mesma referência, ou seja, $z_1 = z_2$, podendo ser cancelados em ambos os lados.

A equação de Bernoulli para o escoamento através do orifício toma a forma:

$$P_1 \cong \frac{1}{2}\rho v_2^2 + P_2 \quad (2.10)$$

Resolvendo (2.10) para a velocidade:

$$v_2 \cong \sqrt{\frac{2}{\rho}(P_1 - P_2)} \quad (2.11)$$

Considerando que a vazão do fluido é o produto da área pela velocidade do escoamento, tem-se:

$$Q \cong A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}(P_1 - P_2)} \quad (2.12)$$

Para o caso de orifícios reais, algumas perdas devidas a atritos viscosos podem ocorrer. Conseqüentemente, a área através da qual o fluxo escoar não é efetivamente A_0 , e sim uma fração desta, acarretando uma redução no valor de q . Para levar em conta estes efeitos, é comum na literatura introduzir-se uma constante multiplicativa de perdas $c_0 < 1$ que deve ser determinada experimentalmente. Para o caso de servoválvulas comumente empregadas em aplicações industriais, é tomado por exemplo um valor constante de $\frac{5}{8}$ para c_0 [35].

Portanto a equação (2.12) assume a forma:

$$Q \cong c_0 A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_1 - P_2)} \quad (2.13)$$

que é a relação final que descreve aproximadamente o escoamento através de orifícios.

2.3 Servoválvula controladora de vazão

O elemento principal nos esquemas de sistemas de controle hidráulico é a servoválvula, conforme ilustrado na figura 2.1. Em tais esquemas, estas desempenham basicamente três funções [13]:

- Mudar e controlar direção de vazão;
- Mudar e controlar taxa de fluxo líquido;
- Mudar e controlar a pressão do fluido.

São denominadas de servoválvulas controladoras de vazão as que desempenham as duas primeiras funções, enquanto que as servoválvulas controladoras de pressão regulam as pressões dos fluidos. Neste trabalho, dado o tipo de aplicação a que ele se destina, serão consideradas apenas as servoválvulas controladoras de vazão, que a partir deste ponto, serão denominadas genericamente de servoválvulas.

A utilização das servoválvulas baseia-se no uso de fluido hidráulico sob pressão como mecanismo de transmissão de força e amplificação de potência, pois com a aplicação de uma pequena potência de entrada, requerida para posicionar a servoválvula, é possível

controlar uma grande potência de saída. Além disto, a unidade hidráulica é relativamente pequena, o que torna sua utilização bastante atraente.

Deve ser lembrado, porém, que sistemas hidráulicos são mais comumente utilizados para transmitir forças em situações essencialmente estáticas, tais como sistemas de freios e embreagens em automóveis, onde o comportamento dinâmico não é de interesse [4]. Em outras aplicações (entre as quais se encontra o principal objetivo deste trabalho, que é o de conceber um acionador hidráulico para robôs manipuladores) o comportamento dinâmico hidráulico, representado pela dinâmica do atuador, é essencial, e por este motivo deve ser analisado [4],[19]. Esta é uma grande diferença dos robôs acionados eletricamente, onde normalmente a dinâmica dos atuadores é negligenciada [20],[23],[41].

2.3.1 Classificação das servoválvulas

As servoválvulas diferem entre si de acordo com vários aspectos construtivos ou funcionais, porém mais comumente são classificadas de acordo com [29]:

- elemento de acionamento;
- número de estágios;
- tipo de elemento de controle;
- número de vias;
- tipo de centro (quando for o caso);

O elemento acionador da servoválvula (ilustrado na figura 2.1) pode ser elétrico, como um motor de torque, ou um meio mecânico, que pode ser direto ou alavanca [35]. O número de estágios de uma servoválvula pode ser um, dois ou três.

Quanto ao número de vias, podem ser classificadas como válvulas de três ou quatro vias, embora esta última seja a mais empregada. São assim chamadas porque apresentam basicamente quatro conexões: uma para o suprimento de fluido pressurizado, outra para a exaustão e outras duas portas de controle. A figura 2.5 mostra esquematicamente válvulas

de 3 e 4 vias. Embora o esquema da figura 2.5-b apresente 5 conexões, as duas conexões de exaustão, na realidade, formam um único caminho de retorno para o fluido à baixa pressão.

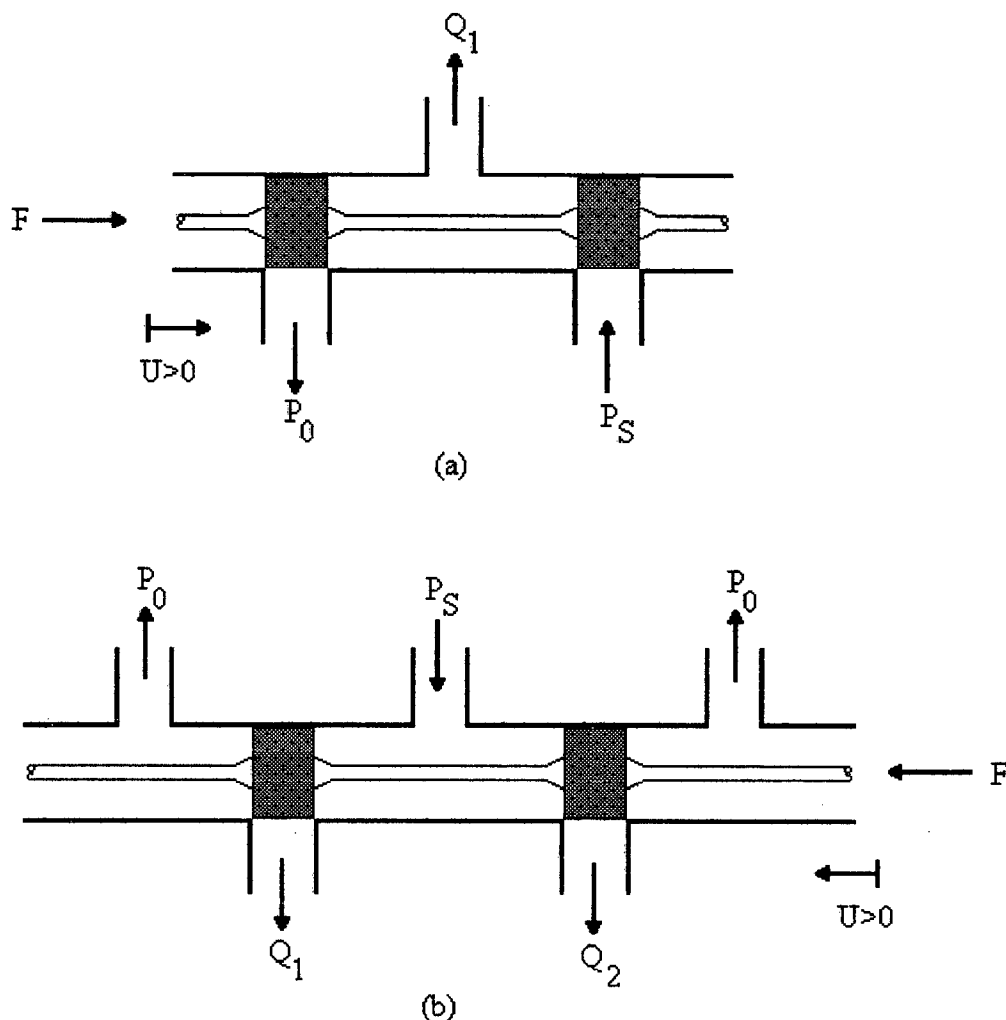


Figura 2.5: Servoválvulas tipo carretel (a) 3 vias (b) 4 vias

Quanto aos tipos de elemento de controle, as servoválvulas podem ser carretel, bocal-defletor ou tubo-injetor, sendo as servoválvulas tipo carretel cilíndrico as mais comumente empregadas. Os dois últimos tipos de elemento de controle podem ser vistos na figura 2.6, enquanto o primeiro é mostrado na figura 2.5.

Um importante aspecto construtivo das servoválvulas tipo carretel é o tipo de centro que esta apresenta. Por centro da válvula entende-se a relação entre o comprimento do

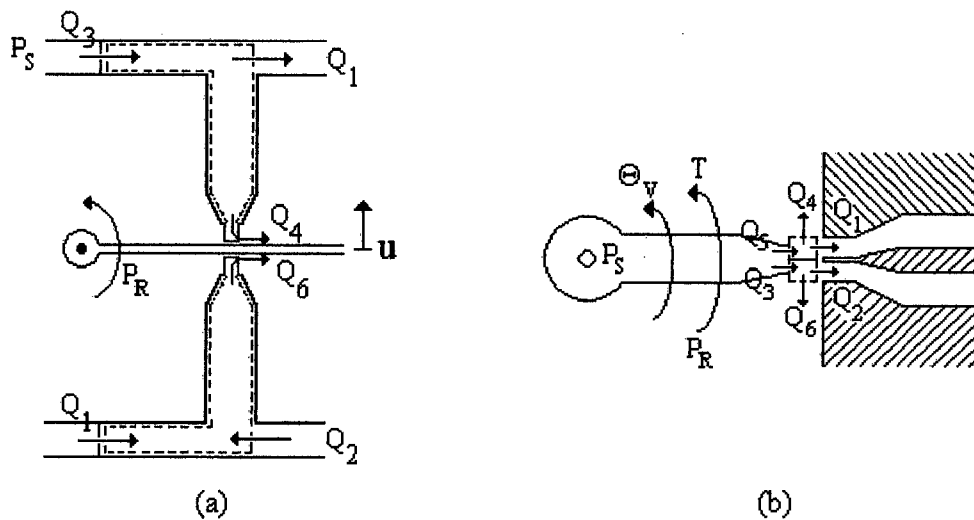


Figura 2.6: Válvulas tipo (a) bocal-defletor 4 vias (b) tubo-injetor 4 vias

pórtico do corpo da válvula e o comprimento do ressalto do carretel. Sendo assim as válvulas podem apresentar:

- centro crítico
- centro subcrítico
- centro supercrítico

Nas válvulas de centro crítico, o comprimento do ressalto é exatamente igual ao comprimento do pórtico, havendo uma vedação perfeita na posição central. No caso de centros subcríticos, o comprimento do ressalto é menor que o do pórtico, o que pode permitir a existência de vazão, mesmo na posição central. Quando o comprimento do ressalto é maior que o do pórtico, as válvulas apresentam centros supercríticos [35]. Esta diferenciação pode ser vista na figura 2.7. Apesar dos avanços nas técnicas de manufatura de dispositivos hidráulicos e mecânica de precisão, ainda é bastante difícil construir válvulas com centros críticos. Quando sua aplicação requer um rígido nível de precisão, boas aproximações de centros críticos podem ser obtidas, implicando, porém, um elevado custo de fabricação. Como opção de redução de custos, utilizam-se válvulas de centro supercrítico, embora às válvulas de centro subcrítico correspondam modelos mais sensíveis e lineares [35]. Isto

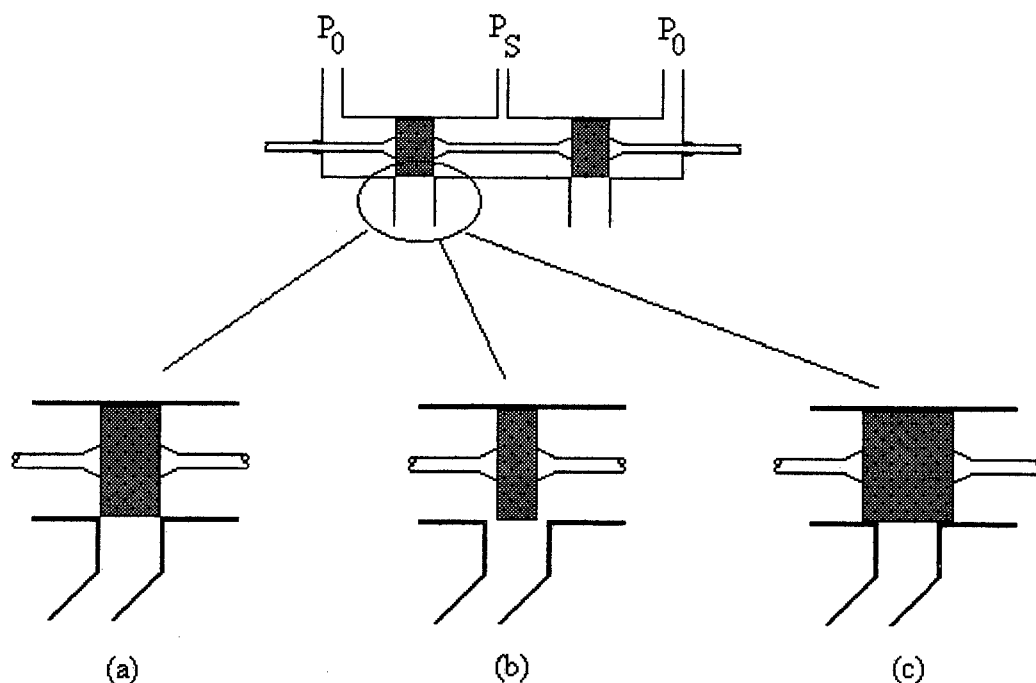


Figura 2.7: Centro (a) crítico (b) subcrítico (c) supercrítico

se dá devido ao fato de que, nas válvulas de centro supercrítico, mesmo com um sinal de entrada não-nulo (ou seja, o carretel se movendo), não há sinal de saída até que a fronteira do ressalto atinja a borda do pórtico, o que acarreta o surgimento de uma zona morta. Isto se reflete em problemas de estabilidade e reduz a sensibilidade do modelo [13].

Neste trabalho, serão consideradas servoválvulas tipo carretel de quatro vias com centro crítico. A figura 2.8 ilustra válvula similar a esta considerada.

2.3.2 Descrição matemática da servoválvula

Considere-se a figura 2.5-b, onde a válvula apresenta um centro crítico. Quando esta se encontra na posição central, ou seja $u = 0$, os ressaltos do carretel fecham completamente as portas de controle, e portanto não existem as vazões Q_1 e Q_2 . Se um deslocamento positivo u é feito no carretel, pequenas aberturas nas portas de controle surgirão, permitindo fluxo do suprimento para a porta de controle 1 (Q_1), e da porta de controle 2 para a exaustão (Q_2). Se as dimensões destas aberturas forem relativamente pequenas

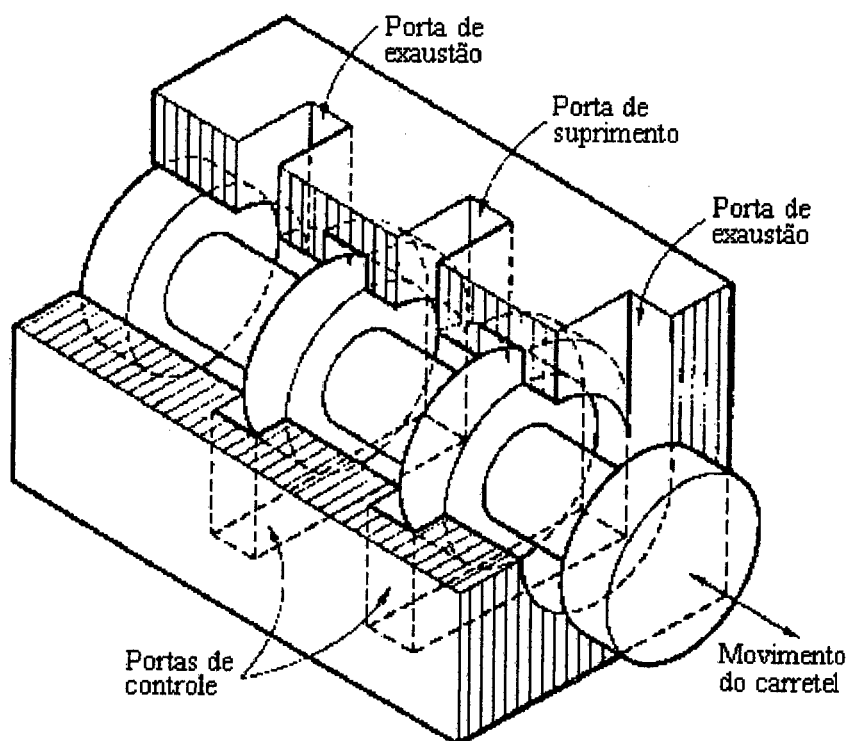


Figura 2.8: Válvula carretel - diâmetro típico 6mm; deslocamento típico 0.6mm

em relação ao diâmetro da válvula, poderão ser tratadas como orifícios, e as vazões Q_1 e Q_2 podem ser descritas como escoamentos através de orifícios. Aplicando, portanto, a equação (2.13) às portas de controle, tem-se:

$$\begin{cases} Q_1 = c_{01} A_{01} \sqrt{\frac{2}{\rho_1} (P_S - P_1)} \\ Q_2 = c_{02} A_{02} \sqrt{\frac{2}{\rho_2} (P_2 - P_0)} \end{cases} \quad (2.14)$$

onde P_S é a pressão de suprimento, P_0 a pressão de retorno, $P_{1,2}$ são as pressões nas portas de controle 1 e 2, respectivamente, e $A_{01,2}$ são as áreas dos orifícios formados nas portas. Se a válvula é simétrica, tem-se que $c_{01} = c_{02} = c_0$ e $A_{01} = A_{02} = A_0$. Além disto, já que a válvula é cilíndrica, a área A_0 do orifício é uma casca cilíndrica de valor $A_0 = \pi d u$, onde d é o diâmetro da servoválvula e u a amplitude do deslocamento de entrada. Portanto (2.14) toma a forma:

$$\begin{cases} Q_1 = c_0 \pi d \sqrt{\frac{2}{\rho_1} (P_S - P_1)} u \\ Q_2 = c_0 \pi d \sqrt{\frac{2}{\rho_2} (P_2 - P_0)} u \end{cases} \quad u > 0 \quad (2.15)$$

Para o caso de o deslocamento de entrada ser negativo, $u < 0$, as vazões devem ser

representadas por:

$$\begin{cases} Q_1 = c_0 \pi d \sqrt{\frac{2}{\rho_1} (P_1 - P_0)} u \\ Q_2 = c_0 \pi d \sqrt{\frac{2}{\rho_2} (P_S - P_2)} u \end{cases} \quad u < 0 \quad (2.16)$$

Em alguns casos, o fluido hidráulico pode ser considerado praticamente incompressível, acarretando $\rho_1 = \rho_2 = \rho$. Se este é o caso, é fácil perceber de (2.14) que $P_S - P_1 = P_2 - P_0$, e portanto, $Q_1 = Q_2 = Q$. Por outro lado, em sistemas hidráulicos a pressão de suprimento é muito elevada, várias ordens de grandeza maior que a pressão de exaustão, fazendo com que esta possa ser desprezada ($P_0 \approx 0$). Sendo assim, tem-se que $P_S = P_1 + P_2$. Definindo-se a diferença entre as pressões nas portas de controle como:

$$P_\Delta \triangleq P_1 - P_2$$

implica que:

$$\begin{cases} P_1 = \frac{P_S + P_\Delta}{2} \\ P_2 = \frac{P_S - P_\Delta}{2} \end{cases} \quad (2.17)$$

e portanto, (2.15) e (2.16) reduzem-se, respectivamente, a:

$$Q = c_0 \pi d \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_S - P_\Delta)} u ; \quad u > 0 \quad (2.18)$$

$$Q = c_0 \pi d \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_S + P_\Delta)} u ; \quad u < 0 \quad (2.19)$$

Pode-se apresentar, através de uma única equação, a vazão para as portas de controle independentemente do sentido do sinal de entrada, introduzindo-se uma função não-linear no interior da raiz, do tipo:

$$\text{sgn}(u) = \begin{cases} 1 & \text{se } u > 0 \\ 0 & \text{se } u = 0 \\ -1 & \text{se } u < 0 \end{cases}$$

e as equações (2.18) e (2.19) podem ser reunidas como:

$$Q = c_0 \pi d \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_S - \text{sgn}(u) P_\Delta)} u \quad (2.20)$$

Se as simplificações anteriormente comentadas são impostas, esta é a equação que descreve as vazões através de uma servoválvula tipo carretel de quatro vias, com centro crítico e pórticos simétricos.

2.4 O atuador linear hidráulico

O atuador linear hidráulico é um servossistema de posicionamento, no qual fluido a uma alta pressão é utilizado como mecanismo de transmissão de força [4]. É composto basicamente de uma servoválvula, que tem por função controlar as vazões do fluido, conectado a um cilindro hidráulico, que transforma a potência hidráulica em potência mecânica. Um atuador linear hidráulico acoplado a uma carga mecânica tipo massa-amortecedor viscoso pode ser visto na figura 2.9.

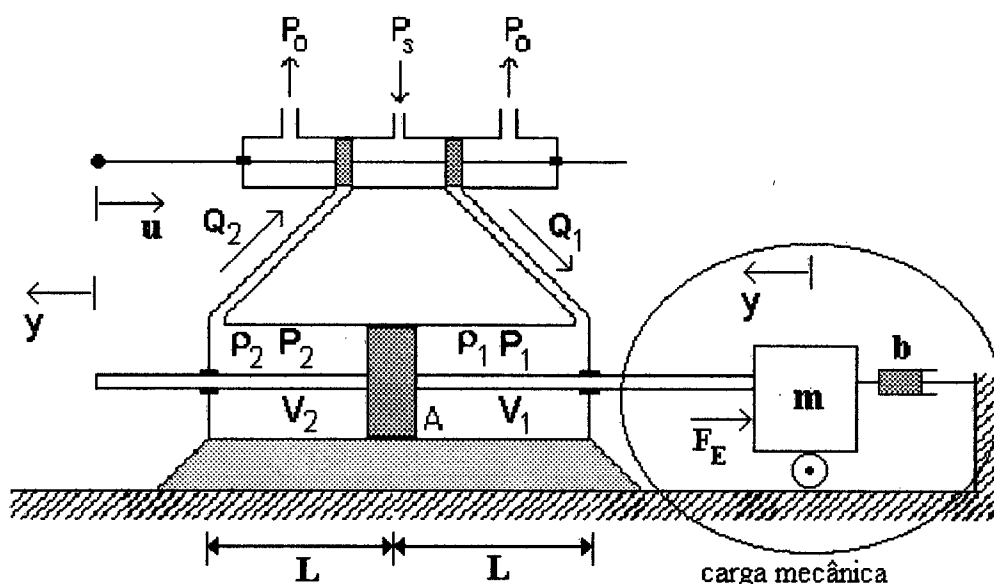


Figura 2.9: Atuador linear hidráulico

O tipo de cilindro utilizado é o de ação dupla, onde ambas as faces do pistão estão expostas ao fluido, e portanto deslocamentos para ambos os lados podem ser obtidos.

2.4.1 Princípio de funcionamento do atuador linear hidráulico

Sua função é controlar, através do sinal de controle u (deslocamento do carretel), a posição da carga mecânica (saída y). Isto pode ser obtido como segue.

Inicialmente, com sinal de controle nulo, os ressaltos do carretel vedam completamente os pórticos da válvula, e portanto não existem vazões da válvula para a câmara 1 do ci-

lindro, ou da câmara 2 para a válvula ($Q_1 = Q_2 = 0$), e as pressões em ambas as câmaras do cilindro são iguais ($P_1 = P_2$). Se um pequeno deslocamento do carretel, por exemplo, para a direita, é efetuado, o fluido pressurizado (que é entregue à servoválvula por uma bomba hidráulica) tenderá a passar para a câmara 1 do cilindro, visto que esta se encontra a uma pressão $P_1 < P_S$, acarretando um aumento de pressão na câmara 1. Concomitantemente, o fluido que se encontra na câmara 2 tenderá a escoar para a exaustão, pois $P_2 > P_0$, acarretando uma redução de pressão na câmara 2. Esta diferença de pressão no cilindro hidráulico gerará uma força que moverá o pistão (e conseqüentemente a massa m) para a esquerda, movimento este que sofrerá resistência por parte da carga mecânica. Este movimento não cessará até que o carretel da servoválvula retorne à posição central, fechando os pórticos e interrompendo o fluxo de óleo, estabelecendo um novo equilíbrio entre as pressões P_1 e P_2 , ou então até que os limites físicos do cilindro sejam atingidos, e o pistão bata na parede do cilindro. No limite, a pressão na câmara 1 tenderia à pressão de suprimento P_S , e P_2 tenderia à pressão de exaustão ($P_0 \approx 0$). Considerações análogas poderiam ser feitas se o deslocamento de entrada fosse para a esquerda ($u < 0$), as direções de fluxo seriam invertidas e o movimento da carga seria para o sentido negativo de y .

Algumas vezes, é adicionado ao sinal de controle u um sinal “trêmulo” de alta frequência e amplitude muito pequena em comparação ao deslocamento máximo da servoválvula, conhecido como *dithering*. Isto é feito com o intuito de aumentar a linearidade e sensibilidade do modelo, evitando o “colamento hidráulico”, que provocaria o surgimento de uma zona morta, e conseqüentemente uma não-linearidade a mais no sistema [28].

2.4.2 Modelagem matemática do atuador linear hidráulico

Deseja-se estabelecer o modelo matemático que represente as dinâmicas mecânica e hidráulica do sistema, relacionando o deslocamento do carretel (entrada u), considerado uma função conhecida, com o deslocamento do pistão do cilindro hidráulico (saída y).

O início da modelagem pode ser feito analisando-se a parte mecânica do sistema. Aplicando a segunda lei de Newton ao movimento da carga, tem-se:

$$F_R = m \frac{d^2 y}{dt^2}$$

A força resultante F_R é composta pela força exercida pelo fluido sobre o pistão, devida à diferença de pressão entre as câmaras do cilindro e pela força de oposição ao movimento exercida pelo amortecedor viscoso. Portanto:

$$m\ddot{y} + b\dot{y} = A(P_1 - P_2) \quad (2.21)$$

A equação (2.21) descreve a dinâmica mecânica do sistema.

Uma análise sobre a parte hidráulica deve então ser feita. As vazões Q_1 e Q_2 que deixam ou chegam às portas de controle são expressas por (2.15) e (2.16) se o sinal de controle é positivo ou negativo, respectivamente. Pode-se agora aplicar o princípio da conservação da massa às câmaras 1 e 2. De acordo com (2.3), tem-se:

$$\begin{cases} Q_1 = \frac{V_1}{\beta} \frac{dP_1}{dt} + \frac{dV_1}{dt} \\ Q_2 = -\frac{V_2}{\beta} \frac{dP_2}{dt} - \frac{dV_2}{dt} \end{cases} \quad (2.22)$$

Apenas pequenos deslocamentos em torno da posição central serão considerados, e portanto, se $u = 0$, os volumes das duas câmaras são iguais e valem $V_1 = V_2 = AL$, onde A é a seção transversal do cilindro e L é o comprimento de cada câmara com o pistão na posição central. Se um deslocamento y é efetuado, tem-se:

$$\begin{cases} V_1 = A(L + y) \rightarrow \dot{V}_1 = A\dot{y} \\ V_2 = A(L - y) \rightarrow \dot{V}_2 = -A\dot{y} \end{cases} \quad (2.23)$$

Substituindo (2.23) em (2.22):

$$\begin{cases} Q_1 = \frac{A(L+y)}{\beta} \frac{dP_1}{dt} + A\dot{y} \\ Q_2 = -\frac{A(L-y)}{\beta} \frac{dP_2}{dt} + A\dot{y} \end{cases} \quad (2.24)$$

Igualando (2.15) com (2.24) e (2.16) com (2.24) tem-se:

$$\begin{cases} c_0\pi d\sqrt{\frac{2}{\rho_1}(P_S - P_1)}u = \frac{A(L+y)}{\beta} \frac{dP_1}{dt} + A\dot{y} \\ c_0\pi d\sqrt{\frac{2}{\rho_2}(P_2 - P_0)}u = -\frac{A(L-y)}{\beta} \frac{dP_2}{dt} + A\dot{y} \end{cases} \quad u > 0 \quad (2.25)$$

$$\begin{cases} c_0\pi d\sqrt{\frac{2}{\rho_1}(P_1 - P_0)}u = \frac{A(L+y)}{\beta} \frac{dP_1}{dt} + A\dot{y} \\ c_0\pi d\sqrt{\frac{2}{\rho_2}(P_S - P_2)}u = -\frac{A(L-y)}{\beta} \frac{dP_2}{dt} + A\dot{y} \end{cases} \quad u < 0 \quad (2.26)$$

Isolando-se as derivadas temporais das pressões nas câmaras:

$$\begin{cases} \dot{P}_1 = \frac{\beta}{A(L+y)} c_0 \pi d \sqrt{\frac{2}{\rho_1} (P_S - P_1)} u - \frac{\beta}{L+y} \dot{y} \\ \dot{P}_2 = -\frac{\beta}{A(L-y)} c_0 \pi d \sqrt{\frac{2}{\rho_2} (P_2 - P_0)} u + \frac{\beta}{L-y} \dot{y} \end{cases} \quad u > 0 \quad (2.27)$$

$$\begin{cases} \dot{P}_1 = \frac{\beta}{A(L+y)} c_0 \pi d \sqrt{\frac{2}{\rho_1} (P_1 - P_0)} u - \frac{\beta}{L+y} \dot{y} \\ \dot{P}_2 = -\frac{\beta}{A(L-y)} c_0 \pi d \sqrt{\frac{2}{\rho_2} (P_S - P_2)} u + \frac{\beta}{L-y} \dot{y} \end{cases} \quad u < 0 \quad (2.28)$$

Definindo-se um vetor de estados $x = [y \ \dot{y} \ P_1 \ P_2]^T$, o sistema pode ser representado na forma de equações de estados através de um sistema de equações diferenciais não-lineares:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{b}{m} x_2 + \frac{A}{m} x_3 - \frac{A}{m} x_4 \\ \dot{x}_3 = \begin{cases} \frac{\beta}{A(L+x_1)} c_0 \pi d \sqrt{\frac{2}{\rho_1} (P_S - x_3)} u - \frac{\beta}{L+x_1} x_2 ; u > 0 \\ \frac{\beta}{A(L+x_1)} c_0 \pi d \sqrt{\frac{2}{\rho_1} (x_3 - P_0)} u - \frac{\beta}{L+x_1} x_2 ; u < 0 \end{cases} \\ \dot{x}_4 = \begin{cases} -\frac{\beta}{A(L-x_1)} c_0 \pi d \sqrt{\frac{2}{\rho_2} (x_4 - P_0)} u + \frac{\beta}{L-x_1} x_2 ; u > 0 \\ -\frac{\beta}{A(L-x_1)} c_0 \pi d \sqrt{\frac{2}{\rho_2} (P_S - x_4)} u + \frac{\beta}{L-x_1} x_2 ; u < 0 \end{cases} \end{cases} \quad (2.29)$$

juntamente com:

$$\rho_i = \mathcal{F}(P_i) ; i = 1, 2 \quad (2.30)$$

onde $\mathcal{F}(\cdot)$ é uma função não-linear. As equações (2.29)-(2.30) são conhecidas como **modelo não-linear de 4ª ordem do atuador linear hidráulico** [4]. Este modelo de 4ª ordem para atuadores hidráulicos não é comum na literatura. Embora mais completo, já que considera a dependência explícita da densidade com a pressão, é de pouca utilidade prática, pois a relação descrita em (2.30) não é bem conhecida. A maioria dos autores utiliza o modelo de 3ª ordem [7],[8],[9],[13],[14],[16],[24],[25],[26],[28],[29],[35], que será visto posteriormente, enquanto o modelo de 4ª ordem foi encontrado apenas em [4].

Baseado nas suposições comentadas anteriormente (tomar o fluido como incompressível, o que faz com que $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, e considerar a pressão de exaustão como sendo nula) pode-se obter uma redução de ordem para o modelo. Considerando (2.17),

de (2.27)-(2.28) tem-se que:

$$\begin{cases} \dot{P}_1 = \frac{\beta}{A(L+y)} c_0 \pi d \sqrt{\frac{1}{\rho}(P_S - P_\Delta)} u - \frac{\beta}{L+y} \dot{y} \\ \dot{P}_2 = -\frac{\beta}{A(L-y)} c_0 \pi d \sqrt{\frac{1}{\rho}(P_S - P_\Delta)} u + \frac{\beta}{L-y} \dot{y} \end{cases} \quad u > 0 \quad (2.31)$$

$$\begin{cases} \dot{P}_1 = \frac{\beta}{A(L+y)} c_0 \pi d \sqrt{\frac{1}{\rho}(P_S + P_\Delta)} u - \frac{\beta}{L+y} \dot{y} \\ \dot{P}_2 = -\frac{\beta}{A(L-y)} c_0 \pi d \sqrt{\frac{1}{\rho}(P_S + P_\Delta)} u + \frac{\beta}{L-y} \dot{y} \end{cases} \quad u < 0 \quad (2.32)$$

Aplicando a função $\text{sgn}(u)$ como anteriormente, agrupa-se (2.31)-(2.32) em [7]:

$$\dot{P}_\Delta = \frac{2\beta L}{A(L^2 - y^2)} c_0 \pi d \sqrt{\frac{1}{\rho}(P_S - \text{sgn}(u)P_\Delta)} u - \frac{2\beta L}{L^2 - y^2} \dot{y} \quad (2.33)$$

Definindo-se um novo vetor de estados $x = [y \ \dot{y} \ P_\Delta]^T$, a representação em equações de estados (2.29) reduz-se a :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{b}{m} x_2 + \frac{A}{m} x_3 \\ \dot{x}_3 = \frac{\beta V_t}{(\frac{V_t}{2})^2 - (Ax_1)^2} c_0 \pi d \sqrt{\frac{1}{\rho}(P_S - \text{sgn}(u)x_3)} u - \frac{\beta A V_t}{(\frac{V_t}{2})^2 - (Ax_1)^2} x_2 \end{cases} \quad (2.34)$$

onde V_t é o volume total do cilindro.

A equação (2.34) é o **modelo não-linear de 3ª ordem do atuador linear hidráulico**.

Considerando-se a aproximação binomial [35] $\sqrt{P_S - P_\Delta} = \sqrt{P_S} \sqrt{1 - \frac{P_\Delta}{P_S}} \approx \sqrt{P_S} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{P_\Delta}{P_S}\right)$, pode-se linearizar a equação (2.33) em torno da origem como:

$$\dot{P}_\Delta = \frac{4\beta}{V_t} \left\{ \frac{c_0 \pi d}{\sqrt{\rho}} \sqrt{P_S} u - \frac{c_0 \pi d \sqrt{P_S}}{\sqrt{\rho} 2P_S} u P_\Delta - A \dot{y} \right\} \quad (2.35)$$

Definindo-se:

$$K_Q = \frac{c_0 \pi d}{\sqrt{\rho}} \sqrt{P_S} \quad (2.36)$$

$$K_C = \frac{c_0 \pi d \sqrt{P_S}}{\sqrt{\rho} 2P_S} u \quad (2.37)$$

(2.35) toma a forma:

$$\dot{P}_\Delta = \frac{4\beta}{V_t} \{K_Q u - K_C P_\Delta - A\dot{y}\} \quad (2.38)$$

O atuador linear hidráulico pode ser então descrito pelo **modelo linear de 3ª ordem**:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b}{m} & \frac{A}{m} \\ 0 & -\frac{4\beta A}{V_t} & -\frac{4\beta K_C}{V_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{4\beta K_Q}{V_t} \end{bmatrix} u \quad (2.39)$$

Observações

1. O termo K_Q é conhecido como ganho de vazão e K_C é o ganho de vazão-pressão.
2. Apesar de K_Q não depender explicitamente da abertura da válvula, seu valor não é constante devido ao fato de que válvulas reais não apresentam centros críticos [35]. Neste trabalho, contudo, considera-se para fins de modelagem K_Q constante.
3. O termo K_C , que relaciona a diferença de pressão na carga com a vazão, depende explicitamente do sinal de entrada u . Para o sistema linearizado, será considerado constante com valor calculado no ponto de operação.
4. Os valores adotados para (2.39) seguirão os propostos em [8] e [29].

2.5 Conclusão

Foram introduzidos neste capítulo alguns conceitos básicos relevantes na modelagem de sistemas hidráulicos. As propriedades e relações fundamentais dos fluidos foram expostas, as quais foram utilizadas nos modelos matemáticos desenvolvidos.

Dois importantes princípios - o princípio da conservação da massa e o princípio da conservação da energia - foram citados, a partir dos quais a equação de Bernoulli pôde ser deduzida.

Embora descreva apenas aproximadamente o comportamento dos escoamentos, a equação de Bernoulli é a ferramenta básica utilizada na modelagem de sistemas hidráulicos. Uma aplicação desta ferramenta ao tratamento de escoamento através de

orifícios foi feita, e isto serviu como base na obtenção da descrição matemática da servoválvula controladora de vazão, principal elemento do sistema de controle em estudo.

A modelagem do atuador linear hidráulico foi feita, sendo obtidos seus modelos não-lineares de 3ª e 4ª ordens, e o modelo linearizado. Estes modelos servirão como base para o projeto dos controladores, a ser realizado em capítulos posteriores.

Capítulo 3

Controle do atuador linear hidráulico

3.1 Introdução

Neste capítulo, pretende-se abordar os aspectos de controle relacionados à utilização de atuadores hidráulicos. Inicialmente, uma breve exposição dos problemas relacionados à sua aplicação, tais como baixo amortecimento, ordem do modelo matemático a ser adotado e mau condicionamento numérico é feita. Também são apresentadas as inúmeras fontes de incerteza presentes no modelo, decorrentes do pouco conhecimento sobre os parâmetros envolvidos no sistema e seus comportamentos dinâmicos. Em seguida, uma análise da aplicação de técnicas convencionais de controle ao problema do atuador hidráulico [29] é realizada, como justificativa para a busca de uma técnica de controle mais eficiente, o controle em cascata, que é exposto posteriormente. A eficiência da técnica de controle será analisada para ambos os comportamentos que podem ser requeridos de um sistema de controle: o problema de estabilização (ou comportamento regulador) e o problema de seguimento de trajetória (ou comportamento servo). Para o comportamento regulador um controlador será projetado de forma a tornar o sistema estável em malha fechada em torno de um ponto de equilíbrio, ou seja, o atuador deverá deslocar-se de uma posição inicial para uma posição final em um intervalo finito de tempo, e nesta permanecer. Para o comportamento servo, o controlador deve, além de tornar o sistema estável em malha fechada, fazer com que suas saídas descrevam trajetórias variantes no tempo pré-especificadas. As tarefas comumente requeridas de um robô manipulador hidráulico podem ser classificadas nestes dois tipos de comportamento, e como será visto, a técnica

de controle proposta fornece desempenho satisfatório.

3.2 Considerações sobre o modelo

Recorde-se o modelo linear do atuador linear hidráulico, descrito em (2.39):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b}{m} & \frac{A}{V_t} \\ 0 & -\frac{4\beta A}{V_t} & -\frac{4\beta K_C}{V_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{4\beta K_Q}{V_t} \end{bmatrix} u \quad (3.1)$$

Com condições iniciais nulas, pode-se obter a função de transferência que relaciona o deslocamento do carretel com a posição da carga:

$$G_P(s)_{u \rightarrow y} = \frac{\frac{4\beta A}{V_t} \frac{K_Q}{m}}{s^3 + \left(\frac{b}{m} + \frac{4\beta}{V_t} K_C\right) s^2 + \left(\frac{A^2}{m} \frac{4\beta}{V_t} K_C\right) s} \quad (3.2)$$

ou também:

$$G_P(s)_{u \rightarrow y} = \frac{4\beta A}{V_t} \frac{K_Q}{m} \frac{1}{s(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (3.3)$$

onde:

$$\omega_n = 2\sqrt{\frac{\beta}{mV_t}} (A^2 + bK_C) \quad (3.4)$$

é a frequência natural não amortecida do sistema.

Dados práticos mostram que a função de transferência (3.2) apresenta, além de um pólo na origem, um par de pólos complexos conjugados rápidos e pouco amortecidos, com a frequência natural do sistema dependendo do módulo de elasticidade β . Grande parte dos problemas relacionados ao controle do atuador hidráulico advém deste fato, o que acarreta respostas bastante oscilatórias [16],[29]. Algumas tentativas de contornar este problema podem ser encontradas em [40], entre elas a utilização da estratégia de controle por realimentação de estados. Como será visto posteriormente, um amortecimento adequado dos pólos pode levar à necessidade de ganhos elevados, e conseqüentemente esbarrar em limitações físicas da servoválvula. No decorrer deste trabalho, uma maneira de se conseguir desempenho satisfatório com amortecimento adequado será mostrada, sem a necessidade das técnicas apresentadas em [40], as quais implicam maior complexidade de implementação [7],[16].

Outro aspecto importante no controle do atuador linear hidráulico diz respeito à ordem do sistema. No processo de modelagem, a servoválvula foi tratada como um componente estático, mas na realidade, pode ser representada por sistemas dinâmicos de 2ª ordem. Este, sobreposto à modelagem realizada, resultaria em um sistema de 5ª ordem para representar o atuador. O negligenciamento da dinâmica da servoválvula é usualmente efetuado, visto que a frequência natural da servoválvula é bem maior que a frequência natural hidráulica (normalmente $\omega_v \geq 3\omega_n$) [7], porém pode levar a comportamentos instáveis do sistema, se ações de controle de elevada frequência forem utilizadas, provocando a excitação destes modos desprezados. Isto se torna bastante relevante ao se aplicarem leis de controle como a de estrutura variável, que será apresentada no próximo capítulo, onde a estratégia de controle se baseia num chaveamento muito rápido que pode excitar as dinâmicas negligenciadas.

Além da dinâmica da servoválvula, também é desprezada neste trabalho a dinâmica das linhas de tubulação. Quando estas tubulações, que conectam a servoválvula ao cilindro hidráulico, são longas, associadas a elas existe um sistema dinâmico que pode ser representado através da *técnica da aproximação modal* [42]. Esta técnica consiste no truncamento de um produtório de ordem infinita de sistemas de segunda ordem, onde cada sistema de segunda ordem representa um modo da dinâmica das linhas de tubulação. Estes sistemas apresentam pólos pouco amortecidos, podendo ainda apresentar zeros pouco amortecidos, dependendo da localização dos transdutores de pressão (na válvula ou no cilindro) [18]. Tais dinâmicas devem ser inseridas em série com as dinâmicas do atuador e da servoválvula, resultando em um sistema de ordem superior. Em algumas aplicações, como em sistemas de controle de movimento em simuladores de vôo, a presença da dinâmica das tubulações é bastante relevante [38]. No presente trabalho, a desconsideração da dinâmica das tubulações é feita baseada na hipótese de que a servoválvula é montada sobre o corpo do cilindro hidráulico, resultando em tubulações extremamente curtas.

Além dos fatos citados acima, vale a pena resaltar o mau condicionamento numérico do modelo do atuador descrito em (3.1). Como é comum em sistemas hidráulicos, os valores numéricos dos parâmetros envolvidos na modelagem pertencem a uma faixa bastante ampla, sendo utilizados valores¹ que vão de 10^{-12} a 10^{12} . Isto se reflete no fato de que, apesar

¹Quando representadas no Sistema Internacional de Unidades, o que não é o mais comum em se tratando de sistemas hidráulicos.

de apresentar pólos em malha aberta com parte real negativa, e por conseguinte estáveis, o sistema em simulação apresenta muitas vezes comportamentos instáveis, contornados a partir do ajuste de parâmetros da simulação.

3.2.1 Fontes de incerteza

A razão de se utilizarem técnicas de controle robusto no controle do atuador linear hidráulico reside no fato de o mesmo apresentar variações paramétricas consideráveis durante a sua operação, bem como estar sujeito a perturbações externas. Tais variações paramétricas têm origem tanto em problemas relativos ao processo de modelagem quanto na própria versatilidade requerida na operação do atuador.

Mesmo na obtenção do modelo não-linear de quarta ordem (o mais realista obtido), suposições restritivas foram feitas, por desconhecimento do comportamento real do sistema, como, por exemplo, considerar o módulo de elasticidade constante. No processo de redução de ordem para o modelo não-linear de terceira ordem, considerou-se que a densidade do fluido seria constante, mesmo sabendo-se que esta varia com a pressão, apesar de esta relação não ser bem conhecida. Na linearização do modelo, os termos K_Q e K_C foram considerados constantes; na realidade não é isto que acontece: apesar de não depender explicitamente do deslocamento da válvula, o valor do ganho de vazão K_Q não é constante para uma servoválvula, variando principalmente em regiões próximas ao ponto nulo, devido à existência de centros subcríticos. O ganho de vazão-pressão K_C varia explicitamente com o deslocamento da servoválvula. Para uma válvula de centro crítico, seu valor deveria ser nulo, mas como na prática isto não acontece, é tomado como constante para pequenos deslocamentos em torno da origem, com valor calculado em $u = 0$. O valor de K_C calculado a partir das equações analíticas difere significativamente dos valores obtidos em medições práticas, devido à desconsideração de vazamentos nestas expressões analíticas [7]. Incertezas em β , K_C e K_Q influenciam diretamente no ganho e na frequência natural de malha aberta, e por conseguinte na localização dos pólos de malha fechada. Desta forma, para um projeto em que K_Q é maior do que o valor nominal, o sistema pode tornar-se instável.

Problemas de ordem prática também representam fontes de incertezas: a utilização de

dispositivos industriais padrão, por exemplo as vedações, acarretam um vazamento de óleo desconhecido no circuito hidráulico devido à limitada precisão na construção das vedações [20]. Por outro lado, o volume de óleo considerado é apenas a soma dos volumes das duas câmaras ($V_t = V_1 + V_2$), sendo os volumes de óleo existentes nas tubulações desconsiderados. Por exemplo, a massa de óleo existente na mangueira que liga a servoválvula ao cilindro de um elo de um manipulador representa uma incerteza na massa refletida nos elos anteriores. Em alguns casos, esta massa pode significar uma considerável variação.

Uma outra incerteza relacionada à massa pode surgir quando uma flexibilidade na operação do atuador é requerida. Diversos tipos de carga devem ser manipulados, com massa variando em uma certa faixa. Isto ainda acarreta o surgimento de forças de atrito coulombianas e newtonianas variantes com a massa manipulada.

No momento da implementação do atuador linear hidráulico, todas as incertezas descritas acima vão estar presentes, e o controlador baseado no modelo simplificado deve estar hábil a lidar com elas. Justamente por exibir a união entre projeto de controle não-linear com propriedades de robustez tanto em relação a incertezas paramétricas limitadas em módulo quanto para problemas de submodelagem, o controle a modos deslizantes exposto neste trabalho foi escolhido para tratar o problema de controle do atuador linear hidráulico.

3.3 Técnicas de controle aplicadas ao atuador hidráulico

Pretende-se, nesta seção, apresentar uma análise sobre algumas técnicas de controle aplicadas ao atuador linear hidráulico, tais como controle clássico por realimentação de saída (P, PI, PD, PID) e controle moderno através de realimentação de estados. Isto será feito como motivação na busca de melhores alternativas de contornar os problemas relacionados ao controle do atuador, não contornáveis através destas técnicas devido a limitações físicas e de desempenho. Os controladores apresentados nesta seção e uma análise mais detalhada acerca de suas aplicabilidades e limitações podem ser encontrados em [29].

3.3.1 Controle clássico

Recordando-se a função de transferência de malha aberta do atuador linear hidráulico descrito em (3.2), tem-se:

$$G_P(s)_{u \rightarrow y} = \frac{\frac{4\beta}{V_t} \frac{A}{m} K_Q}{s^3 + \left(\frac{b}{m} + \frac{4\beta}{V_t} K_C\right) s^2 + \left(\frac{A^2}{m} \frac{4\beta}{V_t} K_C\right) s} \quad (3.5)$$

Os valores numéricos adotados neste trabalho baseiam-se nos propostos em [8] e [29] e estão reproduzidos na tabela (3.1).

Par.	Descrição	Unidade	Valor
A	area do pistão	m^2	$1,075 \times 10^{-3}$
V_t	volume do cilindro	m^3	$0,874 \times 10^{-3}$
m	massa da carga	Kg	128,7
β	módulo de elasticidade	N/m^2	14×10^8
b	coeficiente de amortecimento viscoso	N/m	163
K_C	coeficiente de vazão-pressão	m^5/Ns	$2,5 \times 10^{-12}$
K_Q	coeficiente de pressão	m^2/s	0,76

Tabela 3.1: Parâmetros do atuador linear hidráulico

Portanto (3.5) toma a forma:

$$G_P(s)_{u \rightarrow y} = \frac{4 \times 10^7}{s(s^2 + 17s + 5,76 \times 10^4)} \quad (3.6)$$

cujas raízes da equação característica são:

$$\begin{cases} p_1 = 0 \\ p_2 = -8,5 - j239,85 \\ p_3 = -8,5 + j239,85 \end{cases} \quad (3.7)$$

A frequência natural e o coeficiente de amortecimento dos pólos complexos conjugados são:

$$\begin{cases} \omega_n = 240 \text{ Hz} \\ \xi = 0,035 \end{cases} \quad (3.8)$$

Como dito anteriormente, o sistema apresenta um pólo na origem e um par de pólos complexos conjugados rápidos e pouco amortecidos.

Os controladores de realimentação de saída são aplicados segundo o diagrama da figura 3.1

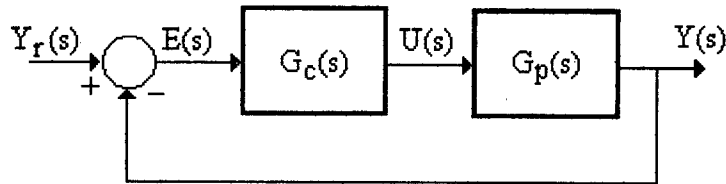


Figura 3.1: Estrutura dos controladores clássicos

- Controlador proporcional (P)

Na aplicação do controlador P, uma medida proporcional ao erro é utilizada como lei de controle, e nenhum pólo ou zero é acrescentado ao sistema, alterando apenas a localização dos pólos. A função de transferência do sistema em malha fechada pode ser expressa como:

$$G_{MF}(s) = \frac{4 \times 10^7 K_P}{s(s^2 + 17s + 5,76 \times 10^4) + 4 \times 10^7 K_P} \quad (3.9)$$

onde K_P é o ganho proporcional do controlador. O lugar das raízes de (3.9) pode ser visto na figura 3.2.

Com o aumento do ganho, o pólo na origem desloca-se rapidamente para a esquerda, e o sistema deixa de se comportar como um integrador, o que acontecia quando o pólo na origem era dominante. Com a dominância dos pólos complexos, a resposta do sistema passa a ser oscilatória. Além disto, o valor do ganho proporcional é limitado em um baixo valor, acima do qual o sistema apresentará comportamento instável. Esta margem de ganho pequena deixa este controlador com baixa robustez e pequenas perturbações poderiam levar o sistema à instabilidade. Para evitar os efeitos dos pólos complexos, evitando oscilações e instabilidade, o ganho proporcional é limitado a valores pequenos, o que compromete o desempenho do sistema

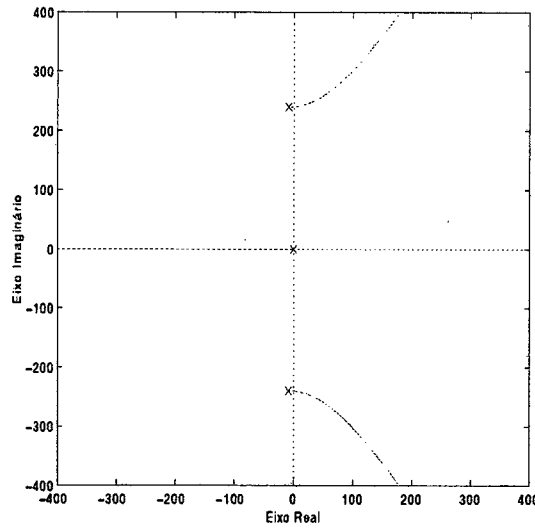


Figura 3.2: Lugar das raízes para controlador P

em relação a comportamentos servo e regulador [29], e uma baixa robustez é então obtida.

- Controlador proporcional-derivativo (PD)

Um sinal proporcional à saída somado a outro proporcional à primeira derivada desta é a saída do controlador PD. Nesta estrutura há a adição de um zero à esquerda do pólo na origem com a intenção de reduzir o efeito oscilatório dos pólos complexos conjugados. O comportamento destes não é alterado, e assim como para o controlador P, um aumento no ganho proporcional pode levar o sistema à instabilidade. A função de transferência em malha fechada pode ser representada por:

$$G_{MF}(s) = \frac{4 \times 10^7 (K_P + K_D s)}{s^3 + 17s^2 + (5,76 \times 10^4 + 4 \times 10^7 K_D) s + 4 \times 10^7 K_P} \quad (3.10)$$

onde K_D é o ganho derivativo. O lugar das raízes para um K_D fixo pode ser visto na figura 3.3.

- controlador proporcional-integral (PI)

No controle PI, a saída é a soma de um sinal diretamente proporcional ao erro com um sinal proporcional à integral deste. A função de transferência de malha fechada é:

$$G_{MF}(s) = \frac{4 \times 10^7 (K_P s + K_I)}{s^4 + 17s^3 + 5,76 \times 10^4 s^2 + 4 \times 10^7 (K_P s + K_I)} \quad (3.11)$$

onde K_I é o ganho integral. De (3.10) percebe-se que a utilização de um controlador

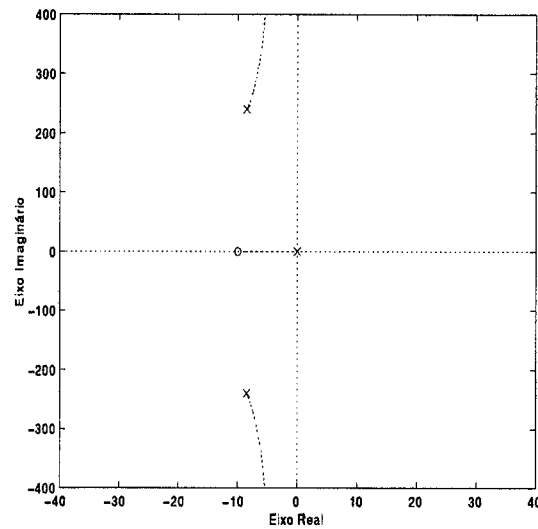


Figura 3.3: Lugar das raízes para controlador PD

PI acrescenta um pólo e um zero ao sistema. O lugar das raízes para esta função de transferência é ilustrada na figura 3.4. Observando a figura 3.4, nota-se que

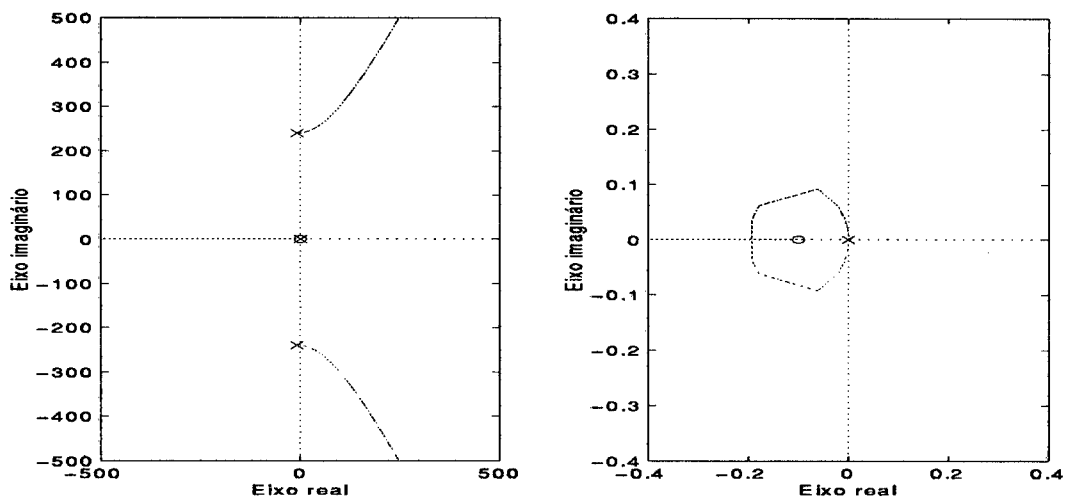


Figura 3.4: Lugar das raízes para controlador PI

pequenos ganhos alteram a localização dos pólos, deixando o sistema com dois pares de pólos complexos conjugados, aumentando o comportamento oscilatório. Para ganhos altos, o sistema pode tornar-se instável. Estes fatores limitam a faixa de ganhos do controlador PI.

- Controlador proporcional-integral-derivativo (PID)

O controlador PID utiliza todas as três formas de realimentação de saída, e portanto o controle é a soma de parcelas proporcionais ao sinal de erro, à sua derivada e à sua integral. Sua aplicação acrescenta à função de transferência dois pólos e dois zeros, que em malha fechada pode ser representada por:

$$G_{MF}(s) = \frac{4 \times 10^7 (K_D s^2 + K_P s + K_I)}{s^4 + 17s^3 + (5,76 \times 10^4 + 4 \times 10^7 K_D) s^2 + 4 \times 10^7 (K_P s + K_I)} \quad (3.12)$$

A figura 3.5 ilustra o lugar das raízes obtido para a variação do ganho integral, mantendo-se constantes os ganhos proporcional e derivativo. Os valores dos ganhos de tal controlador são obtidos a partir do método do contorno das raízes [29], e da mesma forma que os demais controladores clássicos, precisam ser pequenos para satisfazer especificações de desempenho e evitar a instabilidade.

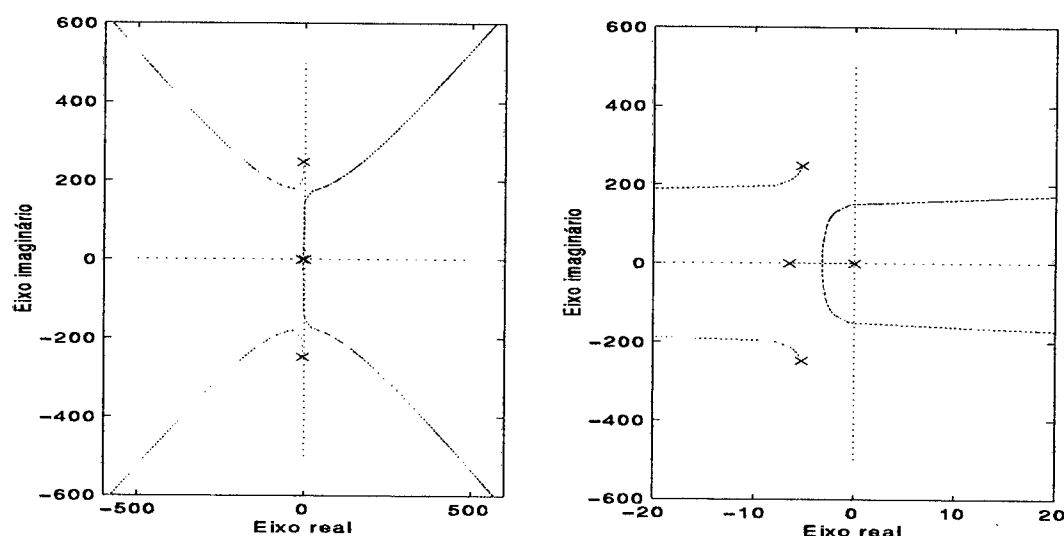


Figura 3.5: Lugar das raízes para controlador PID

A aplicação dos controladores acima expostos foi efetuada em [29], e problemas decorrentes foram evidenciados:

1. Controladores clássicos produzem um erro máximo elevado, que varia de 6% a 20%. Uma diminuição deste erro máximo pode ser obtida com o aumento dos ganhos, porém este aumento esbarra em condições de estabilidade.

2. Limitação nos valores dos ganhos acarreta respostas lentas nos controladores PI e PID.
3. Se o sistema está sujeito a perturbações externas, controladores P e PD apresentam erros em regime permanente para comportamento regulador.
4. A aplicação do controlador PI (baseado no modelo linearizado) ao modelo não-linear do atuador resultou em comportamento instável.
5. Quando utilizados para comportamento servo, todos os controladores clássicos apresentaram erros em regime permanente, independentemente da presença de perturbações externas.

3.3.2 Controlador por realimentação de estados

Recordando-se a representação do atuador linear hidráulico na forma de equações de estado como descrito em (2.39), tem-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b}{m} & \frac{A}{V_t} \\ 0 & -\frac{4\beta A}{V_t} & -\frac{4\beta K_C}{V_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{4\beta K_Q}{V_t} \end{bmatrix} u \quad (3.13)$$

A matriz de controlabilidade do sistema, $U = [B : AB : A^2B]$, é representada por:

$$U = \begin{bmatrix} 0 & : & 0 & : & \frac{4\beta K_Q A}{mV_t} \\ 0 & : & \frac{4\beta K_Q A}{mV_t} & : & -\frac{A}{m} \left(\frac{b}{m} + \frac{4\beta K_C}{V_t} \right) \frac{4\beta K_Q}{V_t} \\ \frac{4\beta K_Q}{V_t} & : & -\frac{16\beta^2 K_C K_Q}{V_t^2} & : & \left(\frac{16\beta^2 K_C^2}{V_t^2} - \frac{4\beta A^2}{mV_t} \right) \frac{4\beta K_Q}{V_t} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Dada a forma bloco diagonal da matriz de controlabilidade U , torna-se evidente que U tem posto completo, e por conseguinte o sistema (3.12) é controlável. Sendo assim, o espectro da matriz dinâmica do sistema em malha fechada pode ser arbitrariamente alocado, e portanto um amortecimento adequado para os pólos complexos pode ser obtido através de uma realimentação de estados

$$u = -Kx + v \quad (3.15)$$

onde v é uma entrada de referência. Os pólos do sistema em malha fechada podem ser adequadamente alocados através da matriz de ganhos K ($K \in \mathbb{R}^{1 \times n}$):

$$\dot{x} = (A - BK)x + Bv \quad (3.16)$$

Para obter-se um nível de amortecimento desejado, resultando em uma resposta suficientemente rápida e não oscilatória, deve-se alocar os pólos de malha fechada suficientemente afastados do eixo imaginário e próximos do eixo real. Se, por exemplo, se alocam os polos de malha fechada em:

$$\begin{cases} p_1 = -1000 \\ p_2 = -1000 \\ p_3 = -1000 \end{cases} \quad (3.17)$$

Através da fórmula de Ackermann [28], pode-se encontrar a matriz de ganhos que resulte na configuração desejada:

$$K = [2,53 \times 10^1 \ 7,42 \times 10^{-2} \ 6,29 \times 10^{-10}] \quad (3.18)$$

A figura 3.6 mostra a resposta a um degrau de amplitude $0,1m$ para o sistema definido em (3.16).

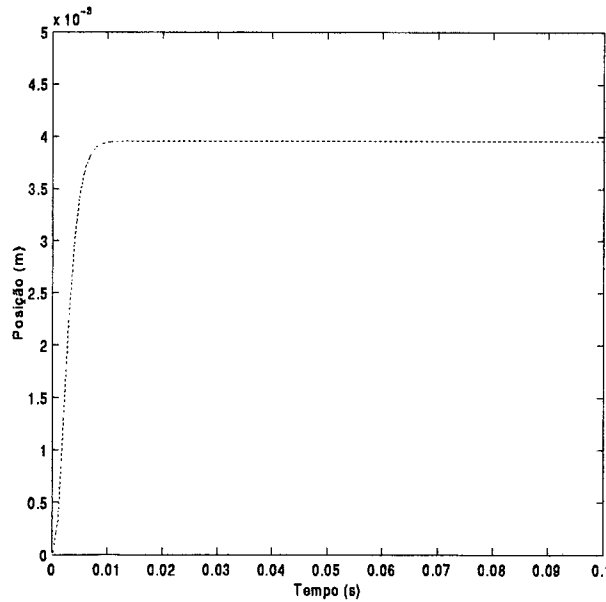


Figura 3.6: Resposta ao degrau para realimentação de estados

Apesar de apresentar comportamento satisfatório, a imposição de pólos para obter amortecimento adequado pode requerer elevados valores para os ganhos, resultando em um

sinal de controle que excederia os limites físicos da servoválvula, ou seja, seria necessário que o carretel fosse deslocado uma distância maior que o curso máximo permitido. Além disto, em [29] é mostrado que o controlador por realimentação de estados apresenta erros em regime permanente para o comportamento regulador quando o sistema é submetido a perturbações externas, e para o comportamento servo independentemente da presença de perturbações. Outro fato que deve ser considerado é que a influência de incertezas paramétricas pode alterar a localização dos pólos, uma vez que a matriz de ganhos é calculada baseada no modelo nominal.

3.4 Controlador em cascata

Após uma breve exposição dos problemas relacionados ao controle do atuador hidráulico, feita na seção anterior, pretende-se aqui apresentar uma maneira de contornar tais problemas, obtendo assim o desempenho desejado e incorporando melhores características de estabilidade e robustez. Trata-se do controlador com estrutura em cascata, que será utilizado neste trabalho.

O controle em cascata consiste em uma técnica de estabilização por realimentação que explora propriedades estruturais dos sistemas, em especial dos sistemas não-lineares [31]. Uma representação de um sistema em cascata pode ser vista na figura 3.7.

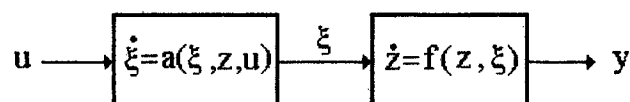


Figura 3.7: Estrutura de um sistema em cascata

Uma característica estrutural fundamental dos sistemas em cascata, ilustrada na figura 3.7, é que o sinal de controle u entra apenas em uma parcela do sistema, denominada de subsistema ξ . Uma caracterização posterior pode ser feita acerca das propriedades do subsistema z e como estas podem ser influenciadas pela interconexão, representada pela

parcela ξ do estado, que pode agir tanto como a “entrada de controle” do subsistema z , quanto como uma perturbação externa. Esta diferenciação pode ser feita dependendo do tipo de realimentação realizada: realimentação parcial ou total do estado.

Na realimentação parcial do estado, apenas a parcela ξ do estado é utilizada para estabilizar o subsistema ξ , não devendo entretanto destruir as propriedades de estabilidade do subsistema z . Neste caso, ξ age como uma perturbação sobre o subsistema z . Quando todo o estado é realimentado, ξ é considerado como a entrada de controle do subsistema z , e a lei de controle u deve ser projetada de forma a estabilizar ambos os subsistemas. Para o controle do atuador linear hidráulico, será feita uma realimentação total do estado para estabilizar os subsistemas mecânico e hidráulico que o compõem. Isto será feito como se segue.

Considere-se um sistema dinâmico descrito pelas seguintes equações diferenciais não-lineares²:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, t) + B_1 x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, t) + B_2(x_1, x_2, t)u \end{cases} \quad (3.19)$$

onde B_1 é uma matriz constante, $x_1 \in \mathbb{R}^{n-m}$; $x_2, u \in \mathbb{R}^m$. Suponha-se que é desejado um seguimento parcial do estado, ou seja, que a parcela x_1 do estado siga uma dada referência x_{1d} . Definindo-se os erros de seguimento como:

$$\begin{cases} \tilde{x}_1 &= x_1 - x_{1d} \\ \tilde{x}_2 &= x_2 - x_{2d} \end{cases} \quad (3.20)$$

e substituindo-se (3.20) em (3.19), tem-se:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, t) + B_1 x_{2d} + B_1 \tilde{x}_2 \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, t) + B_2(x_1, x_2, t)u \end{cases} \quad (3.21)$$

Da estrutura de (3.21), percebe-se que o sistema descrito pelo vetor de estados $x = [x_1 \ x_2]^T$ de dimensão n pode ser interpretado como dois subsistemas conectados em série, onde o subsistema 1 (representado pela parcela x_1 do estado) tem como entrada de controle a parcela x_2 e está sujeito a uma “perturbação” representada por \tilde{x}_2 . A técnica de controle em cascata consiste em controlar o subsistema 1 através de x_{2d} , de forma que x_1 siga x_{1d} ,

²Sistemas na forma $\begin{cases} \dot{x}_1 &= h_1(x_1, x_2, t) \\ \dot{x}_2 &= h_2(x_1, x_2, t) + B_2(x_1, x_2, t)u \end{cases}$ são conhecidos como **representados em forma regular**. Este é um caso particular, no qual a parcela x_1 do estado é linear em relação à parcela x_2 .

e controlar o subsistema 2 através de u , fazendo com que x_2 siga x_{2d} . Por este motivo, o projeto do controlador divide-se em dois passos:

1. Estabelecer uma lei de controle x_{2d} tal que x_1 siga x_{1d} na presença de uma perturbação \tilde{x}_2 .
2. Estabelecer uma lei de controle u tal que x_2 siga x_{2d} .

3.4.1 Controle em cascata aplicado ao atuador hidráulico

A técnica de controle em cascata tem sido bastante aplicada ao controle de atuadores hidráulicos na busca de melhoria de desempenho deste sistema [7],[14],[16],[17],[18],[20],[29],[30]. Entre estas aplicações, inclui-se o projeto e construção de um robô industrial acionado hidraulicamente através de atuadores rotacionais [17], realizado no Laboratório de Modelagem e Controle da Universidade Tecnológica Delft - Holanda.

A aplicabilidade desta técnica a este caso particular deve-se, em parte, à própria estrutura da modelagem dos atuadores. Para a utilização de controle em cascata é necessária a obtenção de sua representação em forma regular (3.19) [27], transformando-o em dois subsistemas conectados em série. Observando-se as equações que descrevem o atuador hidráulico, percebe-se que este já se encontra representado na forma regular. Pode-se pensar no atuador como dois subsistemas conectados, o subsistema mecânico e o subsistema hidráulico, onde o primeiro é acionado pelo segundo. Isto pode ser observado na figura 3.8, e através das equações (3.22)-(3.23):

- Subsistema mecânico

$$m\ddot{y} + b\dot{y} = AP_{\Delta d} + A\tilde{P}_{\Delta} \quad (3.22)$$

- Subsistema hidráulico

$$\dot{P}_{\Delta} = \frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (Ay)^2} c_0 \pi d \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s - \text{sgn}(u)P_{\Delta})} u - \frac{\beta AV_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (Ay)^2} \dot{y} \quad (3.23)$$

Com base nas equações (3.22)-(3.23), pode-se projetar o controlador em cascata baseado no modelo não-linear. Posteriormente uma aplicação para este controlador baseado no modelo linearizado será realizada.

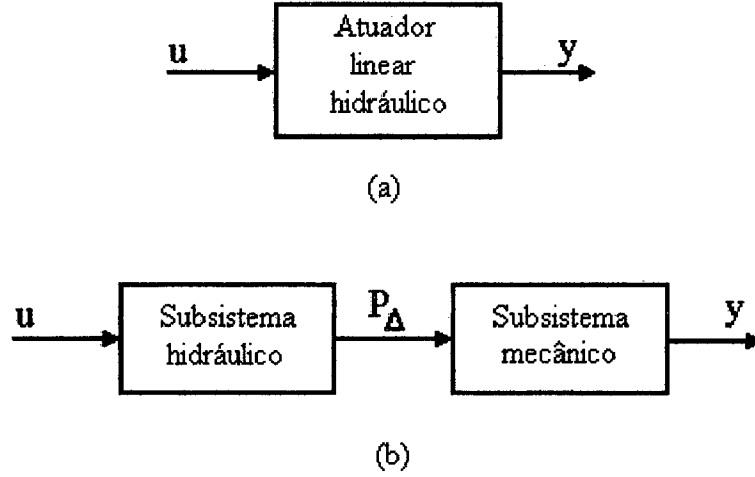


Figura 3.8: Representação do atuador hidráulico (a) em estrutura cascata (b)

As várias utilizações de controle em cascata para atuadores hidráulicos diferem entre si pelas técnicas aplicadas para o seguimento nos subsistemas hidráulico e mecânico. Normalmente, utiliza-se uma realimentação linearizante para a parcela hidráulica, enquanto para a parte mecânica pode ser utilizado controle por impedância [20], o algoritmo de Slotine & Li [16], [29], [32], técnicas de controle adaptativo [7],[14], [30], ou técnicas de controle robusto [17], [18]. Neste trabalho, será utilizada a técnica de controle por estrutura variável a modos deslizantes, como será exposto no capítulo posterior, na intenção de garantir robustez e desempenho ao sistema.

- Controle do subsistema hidráulico

Pode-se representar a equação (3.23) de forma compacta como:

$$\dot{P}_\Delta = -K_1(y)\dot{y} + K_2(y)\sqrt{P_S - \text{sgn}(u)P_\Delta}u \quad (3.24)$$

O objetivo é projetar uma lei de controle u que faça com que P_Δ rastreie $P_{\Delta d}$ da melhor maneira possível. Portanto, a lei de controle u consiste em uma realimentação direta do sinal de erro $P_{\Delta d} - P_\Delta$. Além disto, uma compensação para a dependência da velocidade também deve estar presente, desacoplando o subsistema hidráulico do

mecânico. Sendo assim, a lei de controle u tem a forma:

$$u = \frac{1}{\sqrt{P_S - \text{sgn}(u)P_\Delta}} \left[\frac{K_1(y)}{K_2(y)} \dot{y} + K_X (P_{\Delta d} - P_\Delta) \right] \quad (3.25)$$

onde K_X representa um ganho proporcional. A aplicação de (3.25) em (3.24) resulta em:

$$\begin{aligned} \dot{P}_\Delta &= -K_1(y)\dot{y} + K_2(y)\sqrt{P_S - \text{sgn}(u)P_\Delta} \frac{1}{\sqrt{P_S - \text{sgn}(u)P_\Delta}} \left[\frac{K_1(y)}{K_2(y)} \dot{y} + K_X (P_{\Delta d} - P_\Delta) \right] \\ \dot{P}_\Delta &= -K_2(y)K_X P_\Delta + K_2(y)K_X P_{\Delta d} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Aplicando a transformada de Laplace a (3.26):

$$P_\Delta = \frac{K_2(y)K_X}{s + K_2(y)K_X} P_{\Delta d} \quad (3.27)$$

A pressão segue o seu sinal de referência através de um sistema dinâmico estável de primeira ordem, e a velocidade de seguimento depende apenas da alocação do pólo de acordo com a escolha do ganho K_X , podendo a princípio, ser tornada tão rápida quanto se queira. No entanto, devido a problemas de instabilidade numérica comentados anteriormente, o valor do ganho K_X não pode ser elevado, pois conduziria a comportamentos instáveis, apesar de todo o sistema ser estável.

Uma questão que pode surgir naturalmente diz respeito à estrutura da lei de controle proposta em (3.25). Como utilizar a função $\text{sgn}(u)$ no cálculo da própria lei de controle que determina u ? Uma análise cuidadosa de (3.25) responde a esta questão, mostrando que, já que os termos $K_1(y)$, $K_2(y)$ e K_X são sempre positivos, o sinal de u pode ser determinado mesmo antes de ser calculado seu valor numérico, pois depende de uma soma ponderada entre os termos \dot{y} e $(P_{\Delta d} - P_\Delta)$.

- Controle do subsistema mecânico

Tendo sido projetada uma lei de controle u que leve P_Δ a seguir $P_{\Delta d}$, é necessário portanto estabelecer o valor da parcela $P_{\Delta d}$, fazendo com que ocorra o seguimento no subsistema mecânico, ou seja, que a posição y rastreie a sua referência y_d . Como será visto no capítulo posterior, este projeto se baseará na escolha de uma superfície de deslizamento e de uma lei de controle chaveada, de acordo com a teoria de sistemas de estrutura variável.

A aplicação da lei de controle definida em (3.25) resulta para o subsistema hidráulico a estrutura da equação (3.27), onde a diferença de pressão entre as câmaras do cilindro segue a pressão de referência através de um sistema estável de primeira ordem, com alocação arbitrária de seu pólo. Representando a dinâmica mecânica, descrita na equação (2.21), em forma de função de transferência, e substituindo a expressão (3.27), tem-se:

$$Y(s) = \frac{A}{ms^2 + bs} \times \frac{K_2(y)K_X}{s + K_2(y)K_X} P_{\Delta d} \quad (3.28)$$

Comparando-se as equações (3.3) e (3.28), percebe-se que o par de pólos complexos conjugados pouco amortecidos foram transformados em dois pólos reais: um para a parte mecânica e outro para a parte hidráulica, onde este pode ser tornado tão rápido quanto se queira. Esta melhoria do amortecimento constitui uma vantagem da utilização da estrutura em cascata.

3.5 Conclusão

Este capítulo expôs o problema de controle do atuador linear hidráulico. Como foi visto, as técnicas clássicas de controle não são capazes de fornecer desempenhos satisfatórios face às exigências impostas para o sistema, resultando, na maioria das vezes, erros em regime. Verificou-se também a viabilidade da utilização de controladores por realimentação de estados, visto que estes estão disponíveis numa implementação prática. Apesar de fornecer melhor amortecimento, e por conseguinte melhores resultados, uma lei de controle deste tipo que atendesse às especificações de desempenho impostas esbarraria em limitações físicas da servoválvula. Explorando a própria estrutura do sistema, projetou-se então uma estratégia de controle em cascata, permitindo decompor o atuador linear hidráulico em dois subsistemas, e providenciando uma forma eficiente de melhorar seu amortecimento. Como será visto nos capítulos seguintes, as técnicas utilizadas para as partes hidráulica e mecânica satisfazem todas as especificações de desempenho. Além disto, a escolha de controle de estrutura variável para o subsistema mecânico incorporará ao modelo aspectos de robustez, tornando possível a aplicação da estrutura proposta na presença de incertezas paramétricas e perturbações.

Capítulo 4

Sistemas de controle a estrutura variável

4.1 Introdução

Um controlador é considerado robusto se é capaz de garantir um padrão adequado de desempenho para o sistema controlado, mesmo em presença de incertezas sobre o modelo matemático que descreve este sistema. Tais incertezas podem ser fruto do desconhecimento dos parâmetros reais do sistema, do negligenciamento intencional ou não-intencional de dinâmicas de ordem superior, ou mesmo de perturbações externas agindo sobre o controle.

Este capítulo tem por finalidade apresentar um tipo de controlador robusto, conhecido como controle a estrutura variável por modos deslizantes. O objetivo deste tipo de controle é conseguir a redução da ordem das equações diferenciais que descrevem o sistema, dividindo o projeto em duas etapas a serem efetuadas separadamente, conforme será visto nas seções posteriores: escolha da superfície de deslizamento adequada, e escolha da lei de controle chaveada adequada.

São, portanto, descritas neste capítulo, as condições para que este tipo de controle seja utilizado, bem como o procedimento detalhado das duas etapas de projeto. Também é mostrado como incorporar critérios de desempenho e robustez a este tipo de controlador a partir destas escolhas. Alguns problemas provenientes de sua implementação e possíveis soluções também são discutidos.

4.2 Sistemas de controle a estrutura variável

Sistemas de controle são denominados de *estrutura variável* quando a sua estrutura pode ser intencionalmente alterada de acordo com condições externas. Por exemplo, quando os ganhos dos controladores podem chavear entre certos valores pré-estabelecidos segundo regras que dependem do valor do vetor de estados a cada instante, a fim de se obter o comportamento dinâmico desejado para a planta controlada. Este tipo de controle fornece uma maneira eficiente e robusta de controlar plantas não-lineares[11], como será mostrado ao longo deste capítulo. Esta estratégia tem sido amplamente utilizada com sucesso para controlar sistemas das mais variadas áreas em engenharia, tais como robôs manipuladores, veículos subaquáticos, transmissões automotivas e motores, motores elétricos de alto desempenho, sistemas de potência e sistemas hidráulicos e pneumáticos [2],[6],[17],[18],[21],[22],[24],[25],[26],[33].

Essencialmente, o controle por estrutura variável utiliza leis chaveadas de controle extremamente rápidas, capazes de dirigir a trajetória do sistema no espaço de estados para hipersuperfícies definidas em projeto, conhecidas como *superfícies de deslizamento*, que uma vez atingidas, devem confinar a trajetória do sistema, que *desliza* sobre ela até o equilíbrio. Neste caso, o comportamento do sistema entra em regime de deslizamento ou modo deslizante. Intuitivamente, pode-se perceber que um modo deslizante existe quando as derivadas espaciais das trajetórias de estados apontam na direção da superfície. Além disto, será visto que estas superfícies devem ser atingidas mesmo se o comportamento do sistema não é o nominal, e incertezas incorporadas ao sistema podem ser toleradas. Graficamente isto corresponde ao fato de que as trajetórias podem se “*mover*”, mas continuam apontando na direção da superfície, como visto na figura 4.1. Estas superfícies de deslizamento são funções escalares do vetor de estados, que determinam o modo como o chaveamento da lei de controle deve ser executado.

Como será visto posteriormente, a escolha das superfícies de deslizamento desempenha um papel primordial no projeto de controladores por modos deslizantes, e características de desempenho tais como estabilização, regulação e seguimento de trajetória podem ser obtidas através de uma escolha apropriada. Um exemplo de modos deslizantes pode ser visto na figura 4.2. As plantas não-lineares a serem controladas por controladores de

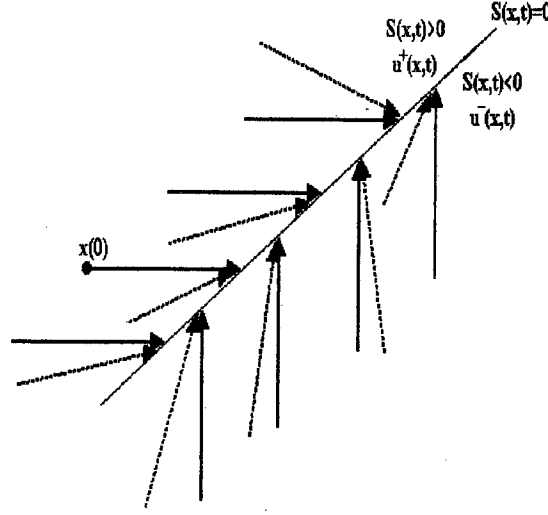


Figura 4.1: Comportamento sob condições de incertezas

estrutura variável podem ser representadas por:

$$\dot{x} = f(x, t, u), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m \quad (4.1)$$

sujeitas à lei de controle do tipo:

$$u_i(x, t) = \begin{cases} u_i^+(x, t) & \text{se } S_i(x, t) > 0 \\ u_i^-(x, t) & \text{se } S_i(x, t) < 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4.2)$$

onde $S_i(x, t)$ é uma função escalar do vetor de estados. O conjunto de funções $S_i(x, t) = 0$ define uma hipersuperfície no espaço de estados para a qual a trajetória do sistema deve ser conduzida. Se num instante t_0 , o estado do sistema se encontra *acima* da superfície $S(x, t)$ ¹, a lei de controle $u^+(x, t)$ o conduz ao encontro de $S(x, t)$. Ao passar pela superfície, o controle é chaveado para $u^-(x, t)$, que traz novamente o sistema de volta a $S(x, t)$, fazendo com que a trajetória do sistema fique *aprisionada* em $S(x, t)$. Como um exemplo ilustrativo, considere-se o sistema de primeira ordem dado por:

$$\dot{x}(t) = u(x, t)$$

com uma lei de controle dada por:

$$u(x, t) = -\text{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } S(x, t) = x(t) > 0 \\ 1 & \text{se } S(x, t) = x(t) < 0 \end{cases}$$

¹A superfície $S(x, t)$ pode ser encarada como a intersecção do conjunto de funções $S_i(x, t) = 0$.

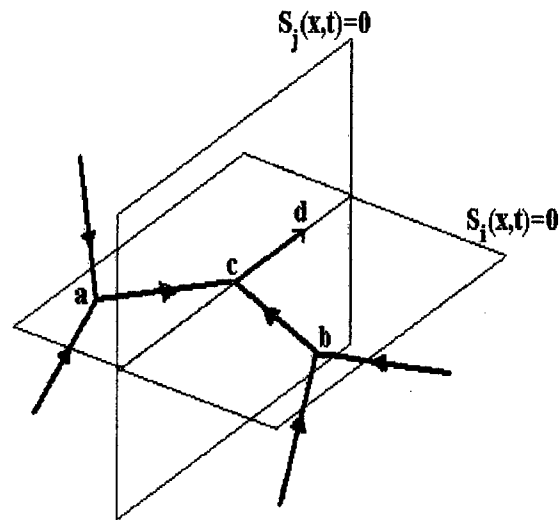


Figura 4.2: Exemplo de movimento em duas superfícies de deslizamento

A superfície $S(x,t)$ define a regra de chaveamento do sinal de controle, que pode valer +1 ou -1. Para uma condição inicial qualquer x_0 , existe um tempo finito t_1 após o qual $x(t) = 0$ para todo $t > t_1$. A figura 4.3 ilustra as trajetórias obtidas para este exemplo. Como dito anteriormente, a escolha apropriada da superfície de deslizamento

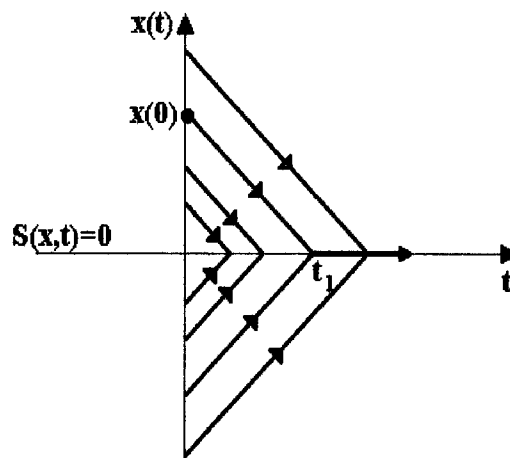


Figura 4.3: Trajetória do estado para o sistema $\dot{x} = -\text{sgn}(x)$

desempenha um papel fundamental na obtenção da dinâmica desejada para o sistema de controle, porém a existência de um modo deslizante não é sempre garantida. É necessário também uma correta escolha da lei de controle variável que conduza o sistema até a

superfície, e que garanta o deslizamento subsequente sobre ela. Tal análise é baseada na teoria de Lyapunov, onde uma função generalizada de Lyapunov é utilizada para provar que a superfície de deslizamento é assintoticamente estável.

4.3 Superfície de deslizamento

O comportamento do sistema controlado, quando este se encontra em deslizamento, é determinado pelos parâmetros adotados para a superfície de deslizamento escolhida. O projeto da função $S(x, t)$ deve então ser baseado no conhecimento do sistema e da dinâmica esperada para o sistema quando restrita ao deslizamento [10], [11], [36]. A princípio, as funções $S_i(x, t) = 0$ podem ser quaisquer, mas o projeto de superfícies não-lineares é uma tarefa bastante complexa, e então, na maioria dos casos, apenas funções $s_i(x, t) = 0$ lineares são consideradas [11], e isto será o caso neste trabalho. Por exemplo, uma superfície de deslizamento linear pode ser escrita sob a forma:

$$S(x, t) = c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t) \quad (4.3)$$

com $c_1 \in \mathbb{R}^{1 \times n-m}$; $c_2 \in \mathbb{R}^{1 \times m}$; $x_1 \in \mathbb{R}^{n-m \times 1}$; $x_2 \in \mathbb{R}^{m \times 1}$. Além disto, os sistemas não-lineares tratáveis por controle a modos deslizantes representados em (4.1) serão considerados pertencerem a uma classe especial, na qual o sistema é linear em relação ao controle. Assim (4.1) toma a forma:

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + B(x, t)u(x, t) \quad (4.4)$$

Supondo-se que no instante t_1 o estado inicial do sistema descrito em (4.4) intercepta a superfície $S(x, t)$, e supondo-se também que a partir do instante t_1 um modo deslizante se inicia para a dinâmica do sistema (4.4). A existência de um modo deslizante implica, para todo $t \geq t_1$, que:

$$S(x, t) = 0; \quad \dot{S}(x, t) = 0 \quad (4.5)$$

Escrevendo a derivada temporal representada em (4.5), tem-se

$$\dot{S}(x, t) = \frac{\partial S}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial S}{\partial x}(x, t) \frac{dx}{dt} \quad (4.6)$$

Substituindo (4.4) em (4.6):

$$\dot{S}(x, t) = \frac{\partial S}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial S}{\partial x}(x, t) [f(x, t) + B(x, t)u(x, t)] = 0 \quad (4.7)$$

Assumindo que o produto $\frac{\partial S}{\partial x}(x, t)B(x, t)$ é não-singular, e portanto possui inversa, pode-se isolar o termo $u(x, t)$ como:

$$u_{eq}(x, t) = - \left[\frac{\partial S}{\partial x}(x, t)B(x, t) \right]^{-1} \left[\frac{\partial S}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial S}{\partial x}(x, t)f(x, t) \right] \quad (4.8)$$

A equação (4.8) é conhecida como **lei de controle equivalente**, e representa a entrada que, ao excitar o sistema, o conduz ao longo da superfície de deslizamento.

Substituindo (4.8) em (4.4) tem-se a dinâmica do sistema restrita ao modo deslizante:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x, t) - B(x, t) \left[\frac{\partial S}{\partial x}(x, t)B(x, t) \right]^{-1} \left[\frac{\partial S}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial S}{\partial x}(x, t)f(x, t) \right] \\ \dot{x}(t) &= \left[I - B(x, t) \left[\frac{\partial S}{\partial x}(x, t)B(x, t) \right]^{-1} \frac{\partial S}{\partial x}(x, t) \right] f(x, t) \\ &\quad - B(x, t) \left[\frac{\partial S}{\partial x}(x, t)B(x, t) \right]^{-1} \frac{\partial S}{\partial t}(x, t) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Como exposto anteriormente, o comportamento do sistema restrito ao deslizamento representa uma redução na ordem das equações diferenciais, pois a verificação simultânea das equações (4.3) e (4.4) implica m equações redundantes em (4.9). A superfície $S(x, t)$, que tem dimensão $(n - m)$, representa m restrições à dinâmica do sistema, e portanto m estados podem ser desconsiderados ao representar o sistema quando em modo deslizante. Na equação (4.3), por exemplo, impondo-se $S = 0$, tem-se que:

$$c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t) = 0 \rightarrow x_2 = -c_2^{-1} c_1 x_1(t) \quad (4.10)$$

e portanto a parcela x_2 do vetor de estados pode ser desconsiderada. Isto equivale a uma redução na ordem do vetor de estados. Critérios de desempenho impostos ao sistema devem ser projetados sobre equações diferenciais de ordem reduzida $(n - m)$. Infelizmente, a estrutura da equação (4.9) devido à sua complexidade não permite explorar tal fato no projeto da superfície de deslizamento, e uma consideração a mais deve ser feita na

estrutura dos sistemas abordados, que devem pertencer à classe dos **sistema em forma regular**, definidos por:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= f_1(x, t) \\ \dot{x}_2(t) &= f_2(x, t) + B_2(x, t)u(x, t)\end{aligned}\quad (4.11)$$

onde $x_1 \in \mathbb{R}^{n-m}$, $x_2 \in \mathbb{R}^m$. Embora existam muitos sistemas físicos de relevante interesse cujas estruturas já se apresentam na forma regular (entre os quais se encontra o principal motivo deste trabalho, que é o atuador linear hidráulico), existem condições necessárias e suficientes para se achar uma transformação que leve um sistema qualquer à sua representação em forma regular [27].

Com a forma regular representada em (4.11), pode-se evidenciar a redução de ordem das equações diferenciais quando tratadas por controle a modos deslizantes, e uma estratégia de projeto pode ser proposta, a fim de se obter desempenho em malha fechada, o que, como dito anteriormente, seria inviável se a estrutura da equação (4.9) fosse considerada.

Considere-se a superfície de deslizamento definida em termos de uma partição dos estados na forma regular dada por:

$$S(x_1(t), x_2(t), t) = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + r(t) = C_1 x_1(t) + C_2 x_2(t) + r(t) = 0 \quad (4.12)$$

onde $C_1 \in \mathbb{R}^{m \times n-m}$, $C_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ e C_2 é escolhida de forma a ser não singular. O termo $r(t)$ é uma função qualquer que garanta um seguimento de trajetória se desejado, como será visto posteriormente.

Se para algum instante t_1 a trajetória de estados do sistema controlado atinge a superfície $S(x_1(t), x_2(t), t)$, e a partir deste instante um modo deslizante se inicia, tem-se de acordo com (4.12):

$$x_2(t) = -C_2^{-1}C_1 x_1(t) - C_2^{-1}r(t) \quad (4.13)$$

ou seja, m restrições foram impostas ao comportamento do sistema, e portanto m estados não são independentes e podem ser desconsiderados na análise da dinâmica do deslizamento. Substituindo (4.13) em (4.11):

$$\dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t), -C_2^{-1}C_1 x_1(t) - C_2^{-1}r(t), t) \quad (4.14)$$

A estratégia consiste em escolher C_1 e C_2 de forma tal a forçar o sistema a ter o comportamento desejado.

4.3.1 Análise de sistemas lineares em forma regular

Se o sistema dinâmico a ser controlado é representado por equações diferenciais lineares, então a equação (4.4) assume a forma:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (4.15)$$

Por alguma transformação linear, pode-se representar o sistema em sua forma regular:²

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} u(t) \quad (4.16)$$

onde $A_{11} \in \mathbb{R}^{n-m \times n-m}$; $A_{12} \in \mathbb{R}^{n-m \times m}$; $A_{21} \in \mathbb{R}^{m \times n-m}$; $A_{22}, B_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$, e B_2 tem posto completo. Se um deslizamento ocorre, tem-se, de (4.13), que $x_2(t) = -C_2^{-1}C_1x_1(t) - C_2^{-1}r(t)$. Levando em conta este fato em (4.16):

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) \\ \dot{x}_1(t) &= A_{11}x_1(t) - A_{12}C_2^{-1}C_1x_1(t) - A_{12}C_2^{-1}r(t) \\ \dot{x}_1(t) &= [A_{11} - A_{12}C_2^{-1}C_1]x_1(t) - A_{12}C_2^{-1}r(t) \end{aligned} \quad (4.17)$$

A estrutura da equação (4.17) assemelha-se a uma estrutura de realimentação de estados $\dot{x}(t) = [A - BK]x(t) + Bv(t)$, onde $K = C_2^{-1}C_1$, a matriz A_{12} faz o papel de “matriz de entrada” e o sinal $v(t)$ é alguma referência externa. Da teoria de controle de sistemas lineares [5], sabe-se que com uma estrutura de realimentação de estados do tipo $\dot{x}(t) = [A - BK]x(t) + Bv(t)$, similar à equação (4.17), pode-se alocar livremente os autovalores do sistema e por conseguinte determinar seu comportamento em malha fechada se e somente se o par (A, B) for controlável. Para a equação (4.17) pode-se então expor o seguinte teorema [43]:

Teorema 4.1 *Se para o sistema linear em forma regular descrito em (4.15) o par (A, B) é controlável, então o par (A_{11}, A_{12}) para o sistema equivalente em forma reduzida representado em (4.16) também é controlável.*

²É importante notar que a transformação para forma regular não é apenas uma partição do vetor de estados, onde $x(t) = [x_1(t)x_2(t)]^T$.

Prova 4.1

Da teoria de sistemas lineares, tem-se que uma condição necessária e suficiente para controlabilidade de sistemas lineares é que, para qualquer autovalor λ de A (e conseqüentemente para todo complexo λ), a matriz complexa de dimensão $n \times n + m$ $[\lambda I - A \mid B]$ tenha posto igual a n . Dado que (4.15) é controlável, e que (4.16) pode ter sido obtido através de uma transformação linear, tem-se que:

$$\text{rank}([\lambda I - A \mid B]) = \text{rank}\left(\left[\begin{array}{cc|c} \lambda I - A_{11} & -A_{12} & 0 \\ -A_{21} & \lambda I - A_{22} & B_2 \end{array}\right]\right) = n \quad (4.18)$$

Como foi suposto em (4.16) que B_2 tem posto completo, então:

$$\text{rank}(B_2) = m \rightarrow \text{rank}([\lambda I - A_{11} \mid -A_{12}]) = n - m$$

Isto significa que a matriz $[\lambda I - A_{11} \mid -A_{12}]$ tem posto completo para qualquer autovalor λ de A , e portanto um sistema linear representado por $\dot{z} = A_{11}z + A_{12}w$ é controlável.

Este resultado mostra que a dinâmica do sistema linear em deslizamento pode ser determinada da mesma forma que uma realimentação de estados $K = C_2^{-1}C_1$ para o sistema de ordem reduzida.

4.4 Lei de controle

Na parte de análise e escolha da superfície de deslizamento, foi considerado que esta já havia sido atingida pela trajetória de estados do sistema, e que o controle equivalente expresso pela equação (4.8) é a parcela do controle responsável em guiar a dinâmica restrita ao longo do deslizamento. É necessário, pois, determinar uma nova parcela do controle que leve o sistema ao encontro da superfície $S(x(t), t)$ para que o deslizamento ocorra.

Esta análise é feita através do método direto de Lyapunov, onde uma função generalizada em termos da superfície de deslizamento é proposta, e que deve ser provada assintoticamente estável, ou seja, trajetórias iniciadas em qualquer ponto do espaço de estados são atraídas por $S(x(t), t)$.

De acordo com o exposto, a lei de controle utilizada na equação (4.4) pode ser colocada na forma:

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t) \quad (4.19)$$

onde o termo $u_{eq}(t)$ é a lei de controle equivalente definida em (4.8). O termo $u_N(t)$ pode ser determinado através da aplicação do método direto de Lyapunov.

Considere-se uma função generalizada de Lyapunov, definida em termos da superfície de deslizamento:

$$V(S(x, t), t) = S^T(x(t), t)WS(x(t), t) \quad (4.20)$$

onde W é uma matriz simétrica positiva-definida. Da estrutura de (4.20) conclui-se que a função $V(S(x, t), t)$, sendo uma forma quadrática, é positiva. Sua derivada temporal pode ser calculada como:

$$\begin{aligned} \dot{V}(S(x, t), t) &= \dot{S}^T(x(t), t)WS(x(t), t) + S^T(x(t), t)W \dot{S}(x(t), t) \\ &= 2S^T(x(t), t)W \dot{S}(x(t), t) \end{aligned} \quad (4.21)$$

Substituindo a derivada de $S(x(t), t)$ dada pela equação (4.7) em (4.21), tem-se:

$$\dot{V}(S(x(t), t), t) = 2S^T(x(t), t)W \left[\frac{\partial S}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial S}{\partial x}(x, t) [f(x, t) + B(x, t)u(x, t)] \right] \quad (4.22)$$

Pode-se agora lançar mão do Teorema de Lyapunov para a estabilidade global de sistemas não-lineares, bastante conhecido na literatura e cuja demonstração pode ser encontrada em, por exemplo, [33],[39]:

Teorema 4.2 *Se para um sistema dinâmico $\dot{x} = f(x, u, t)$ pode-se propor uma função escalar do vetor de estados $V(x)$, cuja derivada de primeira ordem seja contínua, e que obedeça às seguintes condições para qualquer valor de x :*

- $V(x)$ é positiva-definida
- $\dot{V}(x)$ é negativa-definida
- $V(x) \rightarrow \infty$ quando $\|x\| \rightarrow \infty$

então a origem é um ponto de equilíbrio globalmente assintoticamente estável.

A aplicação do teorema acima às equações (4.20)-(4.22) se faz no sentido de que, como a função $V(S(x, t))$ não é uma função do vetor de estados e sim uma função generalizada do vetor de estados, o equilíbrio do sistema não é verificado na origem do espaço de estados, e sim em $S(x, t) = 0$. Ou seja, se o teorema é verificado, a superfície de deslizamento é assintoticamente estável, e alcançável a partir de qualquer condição inicial no espaço de estados. Esta é, de fato, a situação esperada para garantir o deslizamento, visto que o comportamento dinâmico do sistema após alcançada a superfície está garantido através de (4.8). É necessário, portanto, garantir que a derivada temporal de $V(S(x, t))$ expressa em (4.22) seja negativa definida.

Com $u(t)$ expresso segundo (4.19), a equação (4.22) assume a forma:

$$\dot{V}(S(x, t), t) = 2S^T(x(t), t)W \left[\frac{\partial S}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial S}{\partial x}(x, t) [f(x, t) + B(x, t) [u_{eq}(x, t) + u_N(x, t)]] \right] \quad (4.23)$$

Substituindo (4.8) em (4.23) tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{V}(S(x, t), t) &= 2S^T(x(t), t)W \left[\frac{\partial S}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial S}{\partial x}(x, t) [f(x, t) + B(x, t) [\right. \\ &\quad \left. - \left[\frac{\partial S}{\partial x}(x, t) B(x, t) \right]^{-1} \left[\frac{\partial S}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial S}{\partial x}(x, t) f(x, t) \right] + u_N(x, t)] \right] \\ \dot{V}(S(x, t), t) &= 2S^T(x(t), t)W \left[\frac{\partial S}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial S}{\partial x}(x, t) [f(x, t) - B(x, t) \left[\frac{\partial S}{\partial x}(x, t) B(x, t) \right]^{-1} \right. \\ &\quad \left. \left[\frac{\partial S}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial S}{\partial x}(x, t) f(x, t) \right] + B(x, t) u_N(x, t) \right] \\ \dot{V}(S(x, t), t) &= 2S^T(x(t), t)W \frac{\partial S}{\partial x}(x, t) B(x, t) u_N(x, t) \end{aligned} \quad (4.24)$$

Como o termo $\frac{\partial S}{\partial x}(x, t) B(x, t)$ foi suposto ser não-singular, pode-se definir:

$$u_N(x, t) = \left[\frac{\partial S}{\partial x}(x, t) B(x, t) \right]^{-1} \dot{u}_N^*(x, t) \quad (4.25)$$

e como última suposição simplificadora, pode-se escolher $W = I$, já que a restrição em W é ser positiva-definida, e sua ponderação poder ser compensada na lei de controle. Então (4.24) toma a forma:

$$\dot{V}(S(x, t), t) = 2S^T(x(t), t) \dot{u}_N^*(x, t) \quad (4.26)$$

Para esta função ser negativa definida, e segundo o *teorema 3.2*, garantir a estabilidade assintótica da superfície de deslizamento, pode-se definir algumas estruturas de controle, entre as quais, as mais comumente aplicadas são [10]:

- **Relés com ganhos constantes:**

$$\dot{u}_N^*(x, t) = \alpha \operatorname{sgn}(S(x, t)) \quad (4.27)$$

$$\dot{V}(S(x, t), t) = 2S^T(x(t), t) \alpha \operatorname{sgn}(S(x, t)) \quad (4.28)$$

onde $\alpha \in \mathbb{R}^{m \times m}$. Se α é escolhido de forma a ser diagonalmente dominante com elementos diagonais negativos, $\dot{V}(S(x, t), t)$ em (4.28) é negativa-definida, pois $S^T \operatorname{sgn}(S) = |S| > 0$.

- **Relés com ganhos estado-dependentes:** Cada entrada de $\dot{u}_N^*(x, t)$ é escolhida de forma a:

$$\dot{u}_{N_i}^*(x, t) = \alpha_{ii}(x, t) \operatorname{sgn}(S_i(x, t)) \quad \alpha_{ii} < 0 \quad (4.29)$$

A condição de estabilidade para a superfície é:

$$\dot{V}_i(S(x, t), t) = 2\alpha_{ii}(x, t) S_i^T \operatorname{sgn}(S_i) = 2\alpha_{ii} \|S_i\| \quad (4.30)$$

Uma escolha adequada de $\alpha_{ii}(x, t)$ pode ser feita escolhendo-se $\beta_i < 0$, $\gamma_i > 0$ e um número natural K tais que:

$$\alpha_{ii}(x, t) = \beta_i (S_i^{2K}(x, t) + \gamma_i) \quad (4.31)$$

- **Realimentação linear de estados com ganhos chaveados:** Escolhe-se $\dot{u}_N^*(x, t)$ como:

$$\begin{aligned} \dot{u}_N^*(x, t) &= \Psi x(t) ; \Psi = [\Psi_{i,j}] \\ \Psi_{i,j} &= \begin{cases} \alpha_{i,j} < 0 & \text{se } S_i(x, t)x_j(t) > 0 \\ \beta_{i,j} > 0 & \text{se } S_i(x, t)x_j(t) < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (4.32)$$

A estabilidade da superfície é garantida se $\alpha_{i,j}, \beta_{i,j}$ são escolhidos de forma a:

$$\begin{aligned} S_i(x, t) \dot{u}_{N_i}^*(x, t) &= S_i(x, t) (\Psi_{i,1}x_1 + \Psi_{i,2}x_2 + \dots + \Psi_{i,n}x_n) \\ &= \Psi_{i,1}S_i(x, t)x_1 + \Psi_{i,2}S_i(x, t)x_2 + \dots + \Psi_{i,n}S_i(x, t)x_n < 0 \end{aligned} \quad (4.33)$$

- **Realimentação linear contínua:**

$$\dot{u}_N(x, t) = -PS(x, t) \quad (4.34)$$

onde $P \in \mathbb{R}^{m \times m}$ é uma matriz simétrica positiva-definida. A estabilidade pode ser provada já que:

$$\dot{V}(S(x, t), t) = -2S^T(x(t), t)PS(x, t) \quad (4.35)$$

e como $P = P^T > 0$, a forma quadrática $S^T P S$ é positiva-definida.

- **Controle por vetor unitário:** A lei de controle é escolhida como:

$$\dot{u}_N(x, t) = \begin{cases} \frac{S(x, t)}{\|S(x, t)\|} \rho, & \text{se } S(x, t) \neq 0 \\ 0 & \text{se } S(x, t) = 0 \end{cases} \quad (4.36)$$

Para o caso onde $S(x, t) \neq 0$, tem-se:

$$\dot{V}(S(x, t), t) = 2S^T(x(t), t) \frac{S(x, t)}{\|S(x, t)\|} \rho = 2\rho < 0 \quad (4.37)$$

e a estabilidade está provada. Para o caso $S(x, t) = 0$, não é necessário esforço de controle, visto que esta condição significa que a superfície já foi atingida, dando início ao deslizamento.

Das estruturas de controle apresentadas, será considerada neste trabalho a estrutura de relé com ganhos fixos, representada pela equação (4.27). Devido ao fato de o sistema em estudo ser monovariável, a simplicidade desta estrutura levou a esta escolha. A lei de controle total pode então ser expressa como:

$$\begin{aligned} u(t) &= u_{eq}(t) + u_N(t) \\ u(t) &= - \left[\frac{\partial S}{\partial x}(x, t) B(x, t) \right]^{-1} \left[\frac{\partial S}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial S}{\partial x}(x, t) f(x, t) \right] \\ &\quad + \left[\frac{\partial S}{\partial x}(x, t) B(x, t) \right]^{-1} \alpha \text{sgn}(S(x, t)) ; \alpha < 0 \end{aligned} \quad (4.38)$$

4.5 Robustez do controle a estrutura variável

Uma das principais características do controle a estrutura variável, e que torna sua aplicação prática bastante atrativa, é a sua alta robustez a variações paramétricas e perturbações externas no controle, que são bastante freqüentes nos sistemas reais.

Para demonstrar aspectos de robustez ao projeto de controladores de estrutura variável, pode-se realizar uma análise baseada na teoria de Lyapunov semelhante à feita para o caso nominal. Deste modo, incluindo as incertezas no sistema, pode-se modificar a equação (4.4) para:

$$\dot{x}(t) = [f(x, t) + \Delta f(x, t, q(t))] + [B(x, t) + \Delta B(x, t, q(t))] u(t) + d(t) \quad (4.39)$$

onde $q(t)$ é um vetor que representa as variações paramétricas, $\Delta f(x, t)$ e $\Delta B(x, t)$ representam o efeito cumulativo de todas as variações paramétricas da planta, tais como erros de modelagem, dinâmicas não-modeladas ou desprezadas, ou mesmo mudança de características físicas do sistema devido ao funcionamento em vários pontos de operação. O termo $d(t)$ denota uma perturbação externa determinística na entrada de controle.

Duas hipóteses simplificadoras, comuns na literatura de controle robusto, precisam ser feitas para prosseguir a análise: a primeira, é que as variações paramétricas e perturbações externas satisfaçam condições conhecidas como **condições de matching**³, ou seja, $\Delta f(x, t)$, $\Delta B(x, t)$ e $d(t)$ pertençam a imagem de $B(x, t)$ para todo x e t . Isto equivale a dizer que os efeitos de tais incertezas podem ser alcançados, ou combatidos, a partir de algum esforço de controle, atuando sobre a matriz de entrada do sistema $B(x, t)$. Se esta hipótese é satisfeita, as incertezas todas podem ser agrupadas num único vetor $\varpi(x, t, q, d, u)$, o que leva a equação (4.39) à forma:

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + B(x, t)u(x, t) + B(x, t)\varpi(x, t, q, d, u) \quad (4.40)$$

A segunda hipótese necessária é assumir conhecida uma função contínua $\rho(x, t)$ que majore o valor máximo das incertezas, ou seja:

$$\|\varpi(x, t, q, d, u)\| \leq \rho(x, t) \quad (4.41)$$

Considerando a forma de lei de controle descrita em (4.19), $u(x, t) = u_{eq}(x, t) + u_N(x, t)$, e tomando o termo $u_{eq}(x, t)$ como expresso em (4.8), a equação (4.23) toma a forma:

$$\dot{V}(S(x, t), t) = 2S^T(x(t), t)W \frac{\partial S}{\partial x}(x, t)B(x, t)u_N(x, t)$$

³Será aqui utilizado o termo **condições de matching** em inglês por falta de uma tradução consagrada na literatura em português

$$+2S^T(x(t), t)W \frac{\partial S}{\partial x}(x, t)B(x, t)\varpi(x, t, q, d, u) \quad (4.42)$$

Novamente é necessário garantir que a derivada expressa em (4.42) seja negativa-definida. Isto pode ser obtido de duas formas: primeiramente, através de uma das estruturas de controle apresentadas na seção anterior com ganhos “suficientemente altos” de tal forma a ter-se $\|u_N(x, t)\| > \|\varpi(x, t, q, d, u)\|$. A segunda maneira é utilizar uma lei de controle do tipo [11]:

$$u_N(x, t) = \begin{cases} -\frac{B^T \left[\frac{\partial S}{\partial x} \right]^T S}{\|B^T \left[\frac{\partial S}{\partial x} \right]^T S\|} [\rho(x, t) + \vartheta(x, t)] & \text{se } S(x, t) \neq 0 \\ 0 & \text{se } S(x, t) = 0 \end{cases} \quad (4.43)$$

A substituição de (4.43) em (4.42) para o caso $S(x, t) \neq 0$, e assumindo $W = I$, resulta em:

$$\begin{aligned} \dot{V}(S(x, t), t) &= -2S^T(x(t), t) \frac{\partial S}{\partial x}(x, t)B(x, t)B^T \left[\frac{\partial S}{\partial x} \right]^T S \frac{1}{\|B^T \left[\frac{\partial S}{\partial x} \right]^T S\|} [\rho(x, t) \\ &\quad + \vartheta(x, t)] + 2S^T(x(t), t) \frac{\partial S}{\partial x}(x, t)B(x, t)\varpi(x, t, q, d, u) \\ \dot{V}(S(x, t), t) &= -2 \|2S^T(x(t), t) \frac{\partial S}{\partial x}(x, t)B(x, t)\|^2 \frac{1}{\|B^T \left[\frac{\partial S}{\partial x} \right]^T S\|} [\rho(x, t) \\ &\quad + \vartheta(x, t)] + 2S^T(x(t), t) \frac{\partial S}{\partial x}(x, t)B(x, t)\varpi(x, t, q, d, u) \\ \dot{V}(S(x, t), t) &= -2 \|B^T \left[\frac{\partial S}{\partial x} \right]^T S\| \rho(x, t) - 2 \|B^T \left[\frac{\partial S}{\partial x} \right]^T S\| \vartheta(x, t) \\ &\quad + 2S^T(x(t), t) \frac{\partial S}{\partial x}(x, t)B(x, t)\varpi(x, t, q, d, u) \end{aligned}$$

De acordo com (4.41):

$$\dot{V}(S(x, t), t) \leq -2 \|B^T \left[\frac{\partial S}{\partial x} \right]^T S\| \vartheta(x, t) \quad (4.44)$$

Escolhendo, então, $\vartheta(x, t) = \vartheta > 0$, a estabilidade da superfície está demonstrada, mostrando a robustez do controlador às perturbações e incertezas paramétricas. Como antes, para o caso $S(x, t) = 0$ não é necessário controle, pois o deslizamento já está garantido por (4.8).

4.6 Chattering

A análise feita para sistemas de controle de estrutura variável foi, até aqui, baseada em dispositivos de chaveamento ideais, ou seja, a mudança da lei de controle de $u^+(x, t)$ para $u^-(x, t)$ quando a trajetória atinge a superfície de deslizamento é feita de forma infinitamente rápida, o que, na prática, não acontece. Devido a limitações físicas de velocidade de resposta dos elementos de chaveamento, surge o fenômeno conhecido como “chattering”, representando um ruído de alta frequência gerado por atuações extremamente rápidas. A diferença entre o caso ideal e o real pode ser vista na figura 4.4. No caso ideal de chaveamento infinitamente rápido, após a trajetória de estados atingir a superfície $S(x, t) = 0$ em um instante t_0 , ela aí permanece. No caso real, imperfeições no sistema de chaveamento (como atrasos, histereses, pequenas constantes de tempo não desprezíveis) fazem com que o estado oscile em torno da superfície.

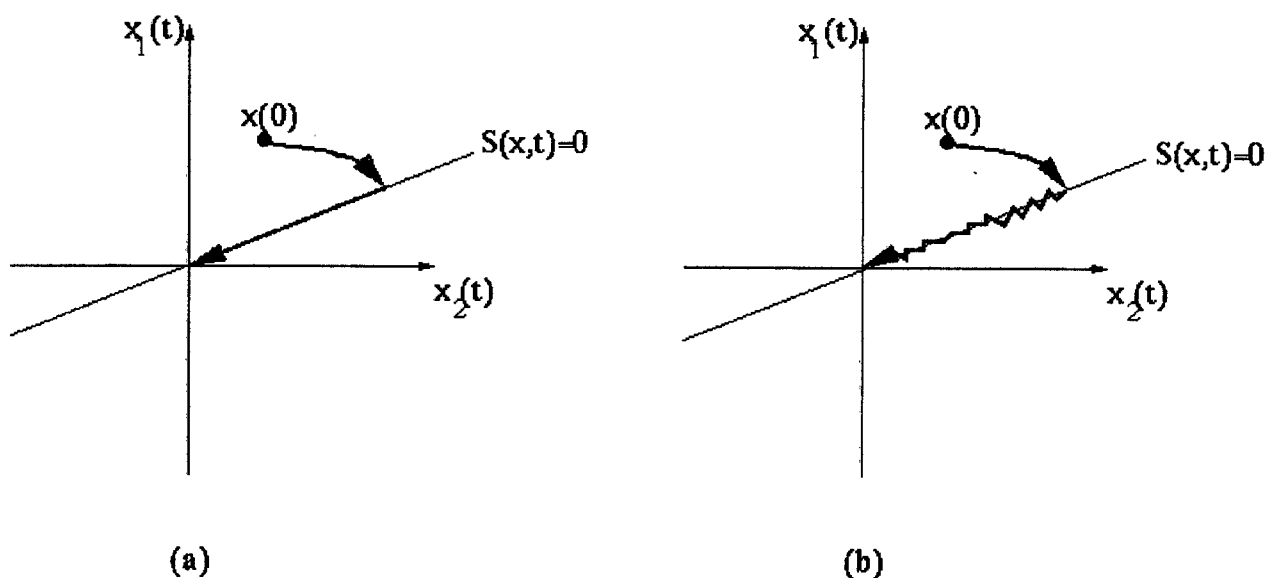


Figura 4.4: Modo deslizante para: (a) chaveamento ideal; (b) chattering

Com os recentes avanços na área de concepção e manufatura de dispositivos de chaveamento, tornando suas velocidades de atuação mais rápidas, as implementações de controle a modos deslizantes tornaram-se bastante atrativas [21], embora ainda longe do caso ideal.

Além do problema de ruídos, o chaveamento extremamente rápido da lei de controle pode trazer graves problemas ao sistema controlado. As componentes de alta frequência

do *chattering* podem excitar dinâmicas de alta frequência da planta, que na ocasião da modelagem podem ter sido desprezadas, e isto pode levar o sistema a um comportamento instável. Para reduzir o efeito do *chattering*, e também diminuir a fadiga dos atuadores, pode-se utilizar o conceito de **camada limite** (*"boundary layer"*), que equivale a considerar o deslizamento ocorrendo não apenas na superfície, mas sim ao longo de uma vizinhança [11], como mostrado na figura 4.5. Esta vizinhança pode ser definida como:

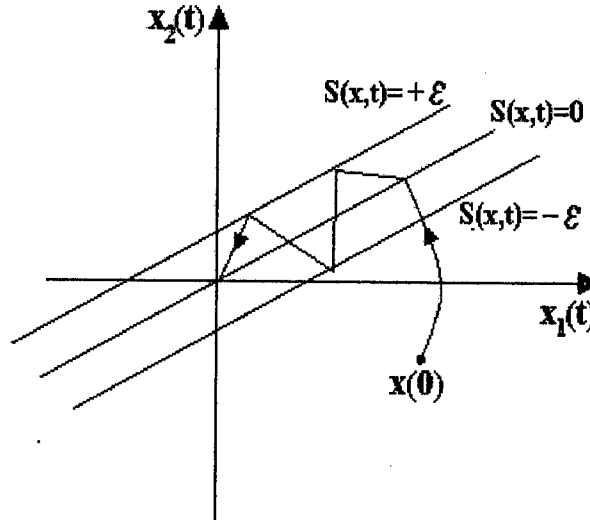


Figura 4.5: Modo deslizante em uma ϵ -vizinhança

$$x \mid \| S(x, t) \| \leq \epsilon ; \epsilon > 0 \quad (4.45)$$

O que se deseja, ao fazer isto, é permitir que a lei de controle não varie instantaneamente de $u^+(x, t)$ para $u^-(x, t)$ ao cruzar a superfície $S(x, t)$, mas que tenha um valor constante $u^+(x, t)$ para $0 < \| S(x, t) \| \leq \epsilon$ e $u^-(x, t)$ para $-\epsilon \leq \| S(x, t) \| < 0$. Portanto a lei de controle (4.19) pode ser alterada para:

$$u(x, t) = \begin{cases} u_{eq}(x, t) + u_N(x, t) & \text{se } \| S(x, t) \| \geq \epsilon \\ u_{eq}(x, t) + u_p(x, t) & \text{se } \| S(x, t) \| \leq \epsilon \end{cases} \quad (4.46)$$

onde os termos $u_{eq}(x, t)$ e $u_N(x, t)$ são os já definidos anteriormente, e a parcela $u_p(x, t)$ é adotada como sendo qualquer função contínua que satisfaça $u_p(0, t) = 0$ e $u_p(x, t) = u_N(x, t)$ quando $\| S(x, t) \| = \epsilon$. Neste trabalho, $u_p(x, t)$ será considerada idêntica a $u_N(x, t)$ a menos de uma modificação na função $\text{sgn}(S)$, de acordo com a figura 4.6.

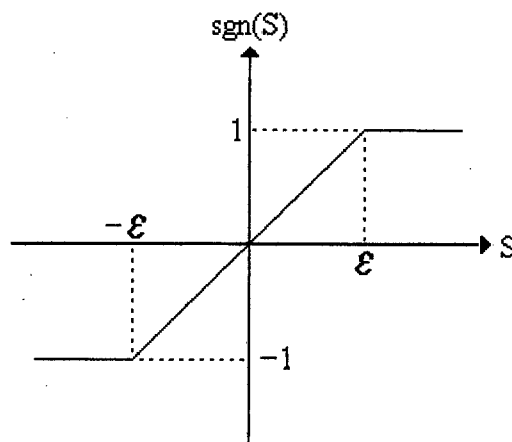


Figura 4.6: Modificação da função $\text{sgn}(S)$ para criação da camada limite

A lei de controle, assim definida, garante que o sistema permanece dentro da vizinhança de tamanho 2ϵ . É importante notar que a estabilidade assintótica da superfície não é mais garantida, o que acontecia usando a lei de controle (4.19), e sim a estabilidade local de uma ϵ -vizinhança da superfície, que pode ser tornada tão pequena quanto se queira, ao custo de um maior esforço de controle.

4.7 Exemplo de síntese e aplicação de modos deslizantes

Nesta seção, será dado um exemplo de síntese de controladores a modos deslizantes, utilizando-se as análises e considerações feitas nas seções anteriores. O sistema considerado será escolhido de forma a que a estrutura do seu modelo matemático verifique as condições necessárias à aplicação deste tipo de controlador, a fim de ter o caráter ilustrativo. Apesar de ser bastante simples, este sistema se mostrará de enorme relevância no capítulo posterior, ao representar um dos subsistemas que surgem como fruto do desacoplamento do modelo do atuador linear hidráulico.

Sendo assim, é considerado um conjunto massa-mola-amortecedor, visto na figura

4.7. Várias fontes de incerteza podem estar presentes neste sistema. Fontes de incerte-

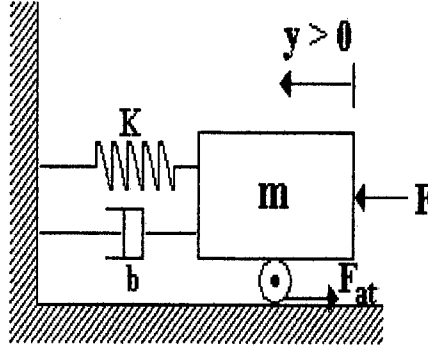


Figura 4.7: Conjunto massa-mola-amortecedor

za bastante relevantes na aplicação prática de sistemas hidráulicos de posicionamento, desconsideradas neste exemplo, são a variação da massa m , refletindo a diversidade de cargas a serem transportadas ou posicionadas, e o termo de amortecimento viscoso b , que representa o agrupamento destes efeitos presentes tanto na carga quanto na servoválvula. A título de ilustração, apenas uma perturbação externa, representada pela força de atrito F_{AT} será considerada.

O intuito desta configuração é, portanto, controlar a posição y da massa m através da entrada de controle, representada pela força F , a despeito da força de atrito F_{AT} . A modelagem do sistema pode ser feita aplicando a segunda lei de Newton ao movimento do conjunto:

$$m \ddot{y} = F - F_{AT} - b \dot{y} - Ky \quad (4.47)$$

Escolhendo como estados do sistema sua posição e velocidade, ou seja, $x_1 = y$ e $x_2 = \dot{y}$, e definindo-se o vetor de estados $x = [x_1 \ x_2]^T$, tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{K}{m}x_1 - \frac{b}{m}x_2 + \frac{1}{m}(F - F_{AT}) \end{aligned}$$

Pode-se, portanto, representá-lo na forma de equações de estado:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Dq \\ \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} F - \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} F_{AT} \end{aligned} \quad (4.48)$$

Pode-se aqui perceber que a representação dada em (4.48) verifica as condições colocadas anteriormente para a utilização de controle a modos deslizantes:

- A representação já se encontra na forma regular para sistemas lineares dada em (4.16)
- $A_{11} \in \mathbb{R}^{n-m \times n-m}$; $A_{12} \in \mathbb{R}^{n-m \times m}$; $A_{21} \in \mathbb{R}^{m \times n-m}$; $A_{22}, B_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$, onde $n = 2$; $m = 1$
- B_2 tem posto completo
- O par (A, B) (e por conseguinte o par (A_{11}, A_{12})) é controlável
- As *condições de matching* são verificadas, já que a matriz de entrada da perturbação não apenas pertence à imagem de B , como é idêntica à matriz B
- O limite máximo admissível para a incerteza (força de atrito F_{AT}) é conhecido

4.7.1 Síntese do controlador

Com base nas condições obtidas, pode-se agora passar à etapa da síntese do controlador. O controle de posição do conjunto massa-mola-amortecedor pode ser dividido em duas fases. Inicialmente, deseja-se apenas comportamento regulador, onde a massa deve se deslocar de uma posição inicial y_0 para uma posição final y_1 em um tempo finito t_1 , e aí permanecer para todo instante de tempo $t \geq t_1$. Por outro lado, pode-se desejar que a posição $y(t)$ rastreie uma dada trajetória especificada $y_d(t)$, e nesse caso fala-se do comportamento servo.

A diferenciação de comportamento é necessária (além da especificação da trajetória de referência $y_d(t)$, no caso de comportamento servo) durante a etapa de projeto, pois está diretamente relacionada com a escolha da superfície de deslizamento.

Definindo esta, de acordo com as seções anteriores:

$$S(x, t) = cx_1(t) + x_2(t) + r(t) \quad (4.49)$$

verifica-se que ao ser atingida, $S(x, t) = 0$, ou seja:

$$x_2(t) = -cx_1(t) - r(t) \quad (4.50)$$

Substituindo (4.50) em (4.48) tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_1(t) &= -cx_1(t) - r(t) \\ \dot{x}_1(t) + cx_1(t) &= -r(t) \end{aligned} \quad (4.51)$$

Da teoria de equações diferenciais sabe-se que a solução para (4.51) pode ser decomposta em:

$$x_1(t) = x_{1p}(t) + x_{1h}(t)$$

onde $x_{1h}(t)$ é a solução da equação homogênea $\dot{x}_1(t) = -cx_1(t)$, e $x_{1p}(t)$ é qualquer solução particular que verifique (4.51).

A solução homogênea é dada por:

$$x_{1h}(t) = e^{-ct} \quad (4.52)$$

A solução particular é específica para cada tipo de aplicação, o que pode ser visto da seguinte maneira:

- **Comportamento regulador**

Neste caso, deseja-se que $x_1(t) = x_d$ para todo $t \geq t_1$. Então x_d deve ser solução de (4.51):

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1p}(t) + cx_{1p}(t) &= -r(t) \\ cx_d &= -r(t) \\ r(t) &= -cx_d \end{aligned} \quad (4.53)$$

Deste modo, a superfície de deslizamento é definida como:

$$S(x, t) = cx_1(t) + x_2(t) - cx_d \quad (4.54)$$

e a solução geral:

$$x_1(t) = x_d + e^{-ct} \quad (4.55)$$

- Comportamento servo

Dada uma entrada de referência $x_d(t)$ qualquer, existe uma solução $x_{1p}(t)$ tal que:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{1p}(t) + cx_{1p}(t) &= -r(t) \\ \dot{x}_d(t) + cx_d(t) &= -r(t) \\ r(t) &= -\dot{x}_d(t) - cx_d(t)\end{aligned}\tag{4.56}$$

A superfície é então escolhida de modo a:

$$S(x, t) = cx_1(t) + x_2(t) - \dot{x}_d(t) - cx_d(t)\tag{4.57}$$

A saída tem a forma geral:

$$x_1(t) = e^{-ct} + x_d(t)\tag{4.58}$$

Se, por exemplo, a entrada de referência é escolhida como um sinal senoidal qualquer $x_d(t) = \gamma \sin \beta t$, de (4.57) e (4.58) tem-se:

$$S(x, t) = cx_1(t) + x_2(t) - \gamma \beta \cos \beta t - c \gamma \sin \beta t\tag{4.59}$$

$$\dot{x}_1(t) + cx_1(t) = \gamma \beta \cos \beta t + c \gamma \sin \beta t$$

$$x_1(t) = e^{-ct} + \gamma \sin \beta t\tag{4.60}$$

Observando-se as equações (4.55) e (4.60), é fácil concluir que o erro de posição é globalmente exponencialmente estável (não apenas assintoticamente). Além disto, o comportamento dinâmico do sistema global é obtido apenas considerando um sistema de ordem reduzida ($n - m = 1$), através do ajuste do parâmetro c . No exemplo simulado, escolheu-se $c = 2$, implicando que após a superfície ser atingida, em quatro constantes de tempo (2 segundos), existirá um erro de posição de 1,83%.

Para a síntese da lei de controle, relembra-se a equação (4.19):

$$F(t) = F_{eq}(t) + F_N(t)$$

onde:

$$F_{eq}(t) = - \left[\frac{\partial S}{\partial x} B \right]^{-1} \left[\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x} A x \right]$$

$$F_{eq}(t) = - \left[\begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} \right]^{-1} \left[\dot{r}(t) + \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{K}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \right]$$

$$F_{eq}(t) = -m \left[\dot{r}(t) + \left(2 - \frac{b}{m} \right) x_2 - \frac{K}{m} x_1 \right] \quad (4.61)$$

- para o caso regulador:

$$F_{eq}(t) = -m \left[\left(2 - \frac{b}{m} \right) x_2 - \frac{K}{m} x_1 \right] \quad (4.62)$$

- para o caso servo:

$$F_{eq}(t) = -m \left[\gamma \beta^2 \sin \beta t - c \gamma \beta \cos \beta t + \left(2 - \frac{b}{m} \right) x_2 - \frac{K}{m} x_1 \right] \quad (4.63)$$

Como dito anteriormente, para a existência da parcela $F_{eq}(t)$ pressupõe-se que o termo $\frac{\partial S}{\partial x} B$ é não-singular para todo x e t . De fato, $\frac{\partial S}{\partial x} B = \frac{1}{m}$.

De acordo com (4.24),(4.26),(4.42):

$$V(S, t) = S^T S$$

$$\dot{V}(S, t) = 2S^T \frac{\partial S}{\partial x} B F_N + 2S^T \frac{\partial S}{\partial x} B \varpi$$

A parcela $F_N(t)$ pode então ser definida, segundo (4.43), como:

$$F_N(t) = - \frac{B^T \left[\frac{\partial S}{\partial x} \right]^T S}{\| B^T \left[\frac{\partial S}{\partial x} \right]^T S \|} [\rho + \alpha] ; \alpha > 0$$

$$F_N(t) = - \frac{\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \left(r(t) + \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \right)}{\left\| \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \left(r(t) + \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \right) \right\|} [\rho + \alpha] ; \alpha > 0$$

$$F_N(t) = - \frac{\frac{1}{m}(r(t) + 2x_1 + x_2)}{\left\| \frac{1}{m}(r(t) + 2x_1 + x_2) \right\|} [\rho + \alpha] ; \alpha > 0$$

$$F_N(t) = -[\rho + \alpha] \operatorname{sgn}(2x_1 + x_2 + r(t)) ; \alpha > 0 \quad (4.64)$$

Portanto a lei de controle final é dada por:

1.

$$F(t) = -m \left[\left(2 - \frac{b}{m} \right) x_2 - \frac{K}{m} x_1 \right] - [\rho + \alpha] \operatorname{sgn}(2x_1 + x_2 - 2x_d) ; \alpha > 0 \quad (4.65)$$

ou

2.

$$F(t) = -m \left[\gamma \beta^2 \operatorname{sen} \beta t - c \gamma \beta \cos \beta t + \left(2 - \frac{b}{m} \right) x_2 - \frac{K}{m} x_1 \right] - [\rho + \alpha] \operatorname{sgn}(2x_1 + x_2 - \gamma \beta \cos \beta t - c \gamma \operatorname{sen} \beta t) ; \alpha > 0 \quad (4.66)$$

para os casos de regulação e seguimento de referência, respectivamente.

No exemplo em questão, os seguintes valores foram adotados:

- $m = 100 \text{ Kg}$
- $b = 150 \text{ Ns/m}$
- $K = 50 \text{ N/m}$
- $\rho = 20 \text{ N}$
- $\alpha = 20 \text{ N}$
- $\gamma = 0.1 \text{ m}$
- $\beta = \pi/2 \text{ rad/s}$

O diagrama da figura 4.8 mostra a implementação deste esquema no *SIMULINK*. Resultados de simulação podem ser vistos nas figuras a seguir. Para o sistema nominal, ou seja, considerando nula a força de atrito, os resultados para posicionamento e seguimento de trajetória podem ser vistos nas figuras 4.9 e 4.10. Para o caso de haver perturbações externas, a utilização do controlador proposto resultou no aparecimento de *chattering* (figuras 4.11 e 4.12), o que não é desejável, em se tratando de aplicações práticas (apesar disto, percebe-se que o desempenho do sistema é o esperado). Para contornar este problema, entre as possibilidades descritas na seção 3.6, preferiu-se adotar apenas ganhos “suficientemente altos”. Os resultados podem ser vistos nas figuras 4.13 e 4.14. Estas simulações comprovam o desempenho e robustez dos controladores a modos deslizantes.

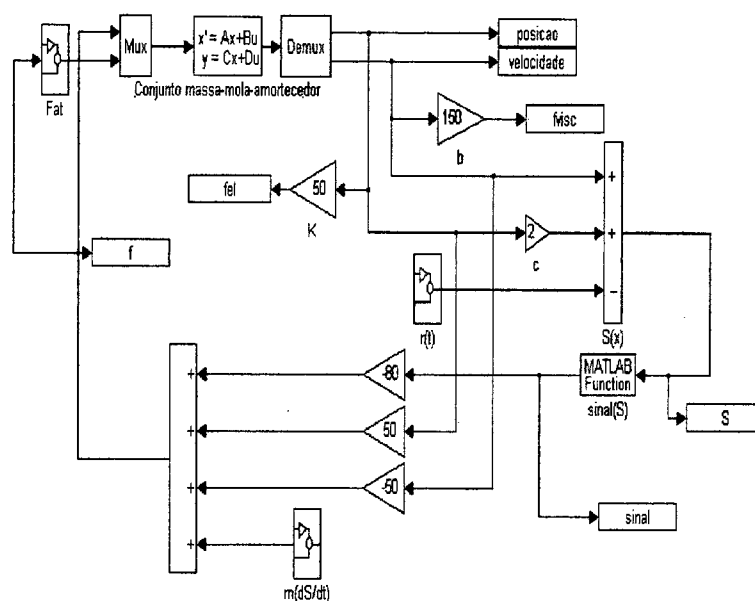


Figura 4.8: Diagrama do conjunto massa-mola-amortecedor

4.8 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os aspectos principais relacionados aos sistemas de controle a estrutura variável, e em especial aos baseados em modos deslizantes. Foi dada uma breve exposição da filosofia deste tipo de controle, juntamente com as condições necessárias para sua existência. A possibilidade da redução da ordem das equações diferenciais tratadas, possibilitando dividir o projeto em duas etapas disjuntas, a definição da superfície de deslizamento e o projeto da lei de controle foram mostrados, relacionando-se à escolha da superfície a incorporação de critérios de performance. Com a escolha apropriada da lei de controle, características de robustez a variações paramétricas e perturbações também foram alcançadas. Além disto, propostas alternativas de lei de controle foram feitas, para tratar problemas relacionados à utilização de estruturas variáveis com dispositivos não-ideais, como *chattering*. Finalmente, foi dado um exemplo de projeto de controladores a modos deslizantes, utilizando os procedimentos descritos em seções anteriores. A discussão realizada neste capítulo será utilizada como ferramenta básica na obtenção de um controlador robusto a estrutura variável para tratar o problema de posicionamento de um atuador linear hidráulico, principal objetivo deste trabalho; resultados de simulações e análise de sua implementação serão feitos posteriormente.

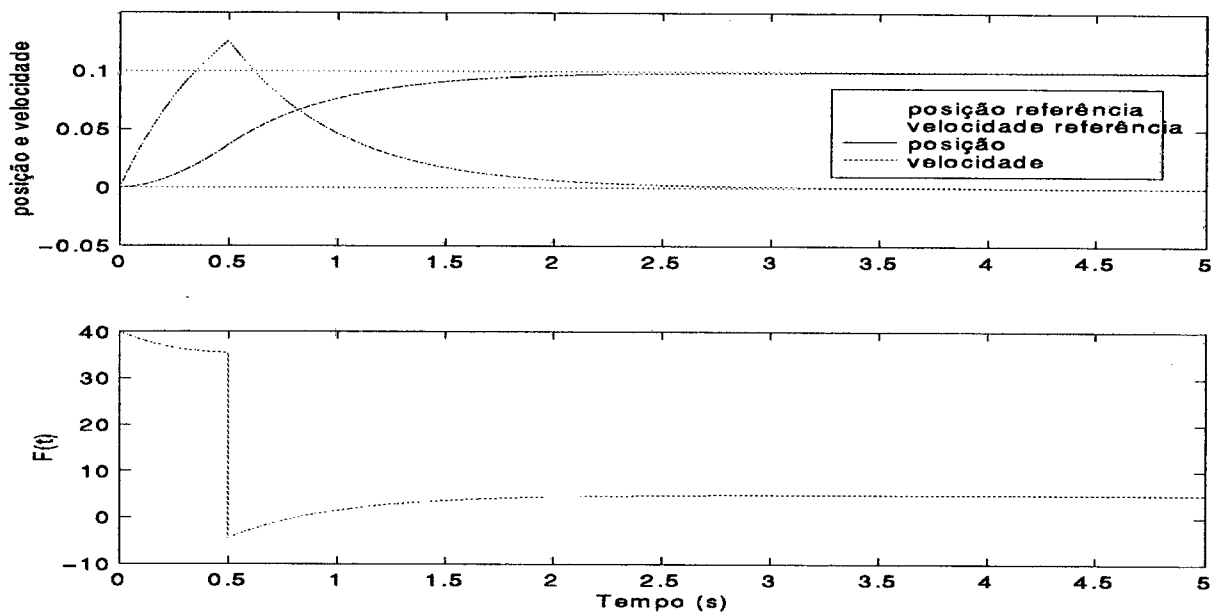


Figura 4.9: Comportamento regulador para sistema nominal ($F_{AT} = 0$)

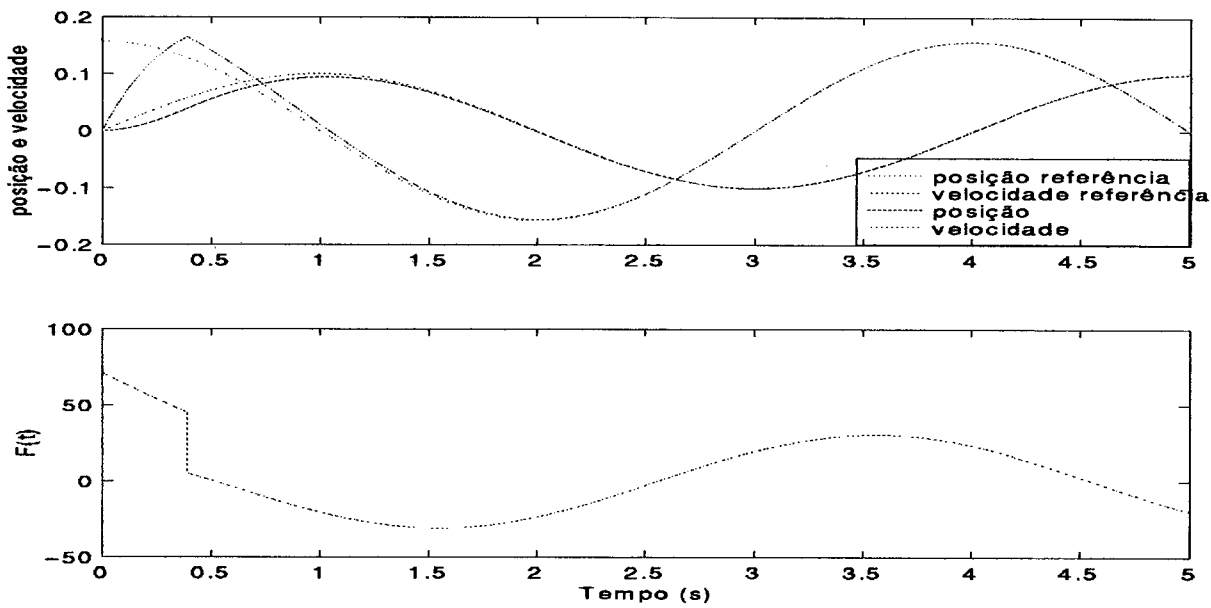
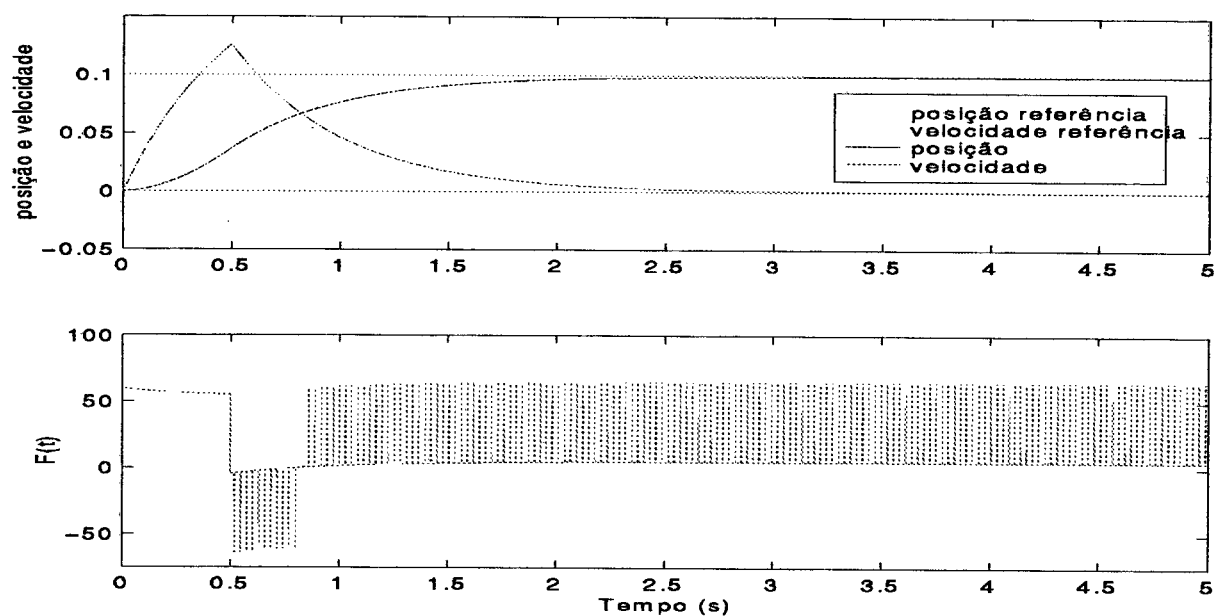
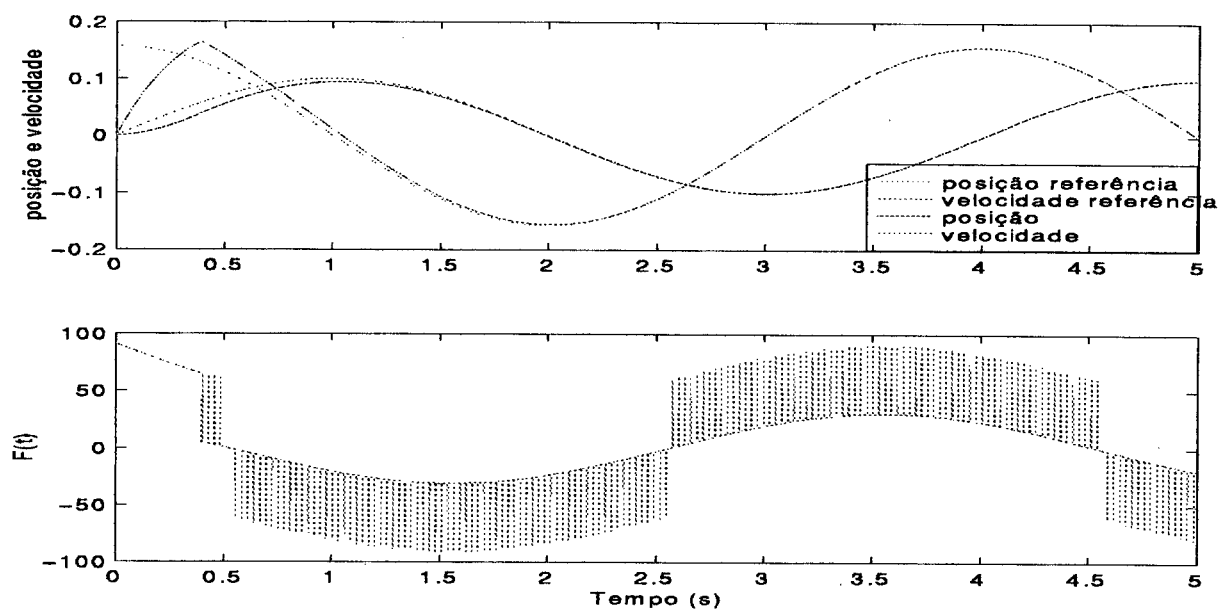


Figura 4.10: Comportamento servo para sistema nominal ($F_{AT} = 0$)

Figura 4.11: Comportamento regulador para sistema perturbado ($F_{AT} \neq 0$)Figura 4.12: Comportamento servo para sistema perturbado ($F_{AT} \neq 0$)

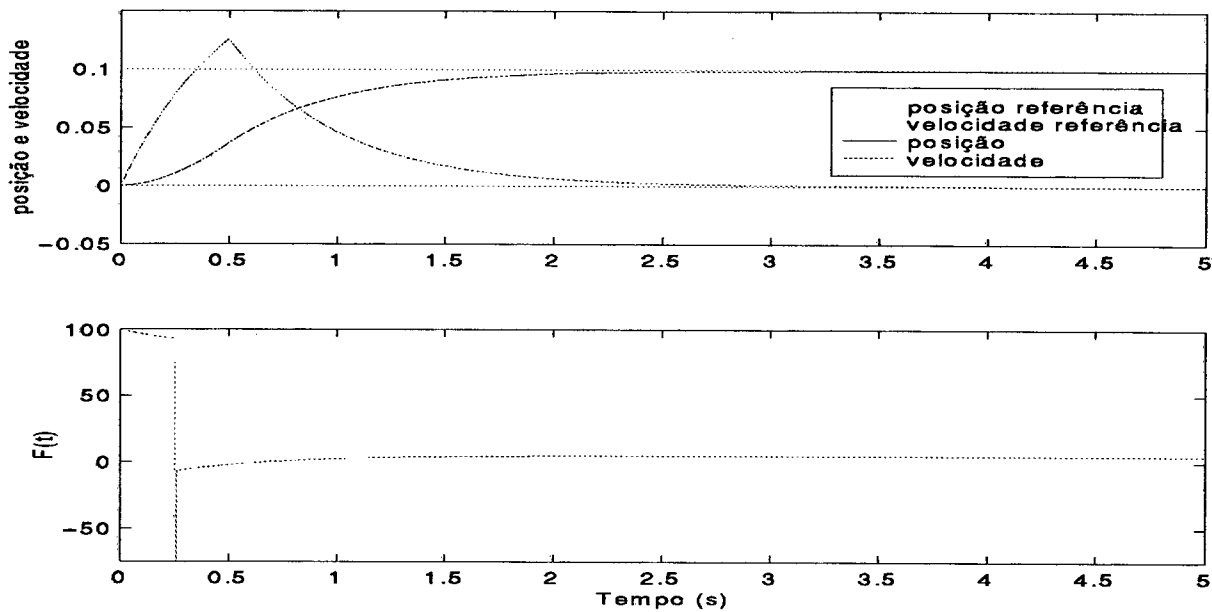


Figura 4.13: Comportamento regulador para sistema perturbado ($F_{AT} \neq 0$)

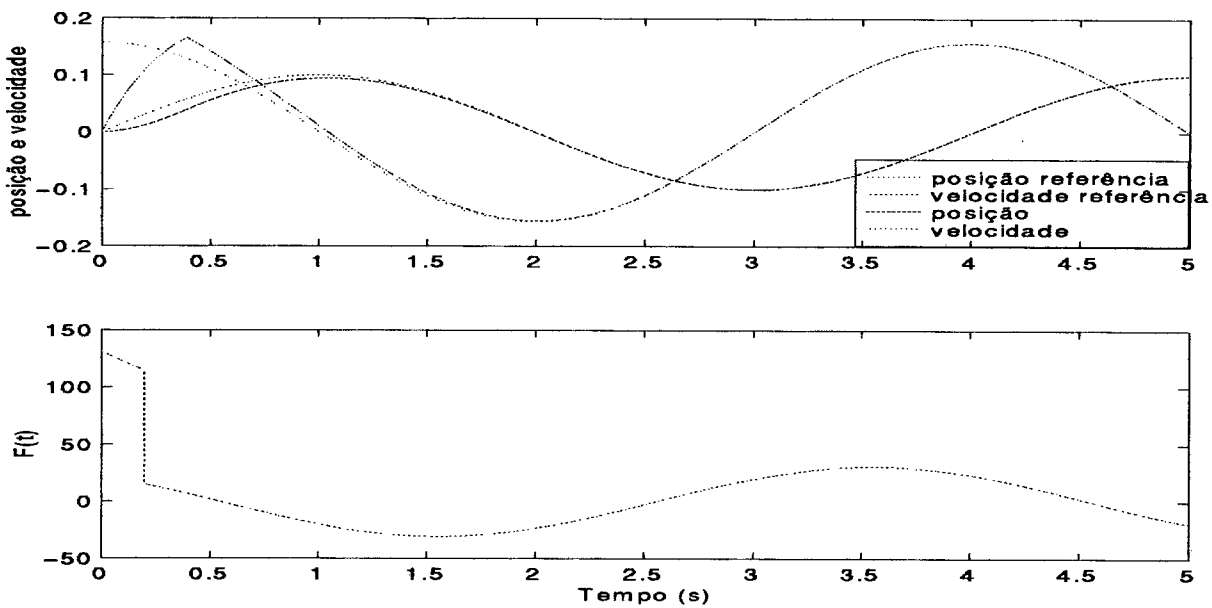


Figura 4.14: Comportamento servo para sistema perturbado ($F_{AT} \neq 0$)

Capítulo 5

Resultados de simulações

5.1 Introdução

Pretende-se, neste capítulo, apresentar as simulações resultantes da aplicação da estrutura de controle proposta nos capítulos anteriores ao problema do atuador linear hidráulico, descrito em [8].

Será apresentado o desempenho do sistema em malha fechada, tanto para controle de posição (comportamento regulador), quanto para seguimento de trajetória (comportamento servo). O projeto dos controladores será baseado no modelo linearizado descrito em (2.39), e será também aplicado ao modelo não-linear de 3ª ordem descrito em (2.34), como forma de verificar a viabilidade prática da utilização de controladores mais simples para este problema. Também serão comparadas simulações realizadas com o sistema nominal e com o sistema sujeito a variações paramétricas e perturbações externas, a fim de ressaltar a robustez do controle de estrutura variável.

5.2 Simulações com o controlador nominal

O controlador sintetizado nesta seção é baseado no modelo linearizado nominal do atuador hidráulico, descrito pelas equações:

$$m\ddot{y} + b\dot{y} = AP_{\Delta} \quad (5.1)$$

e

$$\dot{P}_\Delta = -\frac{4\beta A}{V_t}\dot{y} - \frac{4\beta K_C}{V_t}P_\Delta + \frac{4\beta K_Q}{V_t}u \quad (5.2)$$

Os valores numéricos dos parâmetros envolvidos e suas respectivas margens de variação (que serão utilizadas na seção seguinte) podem ser vistos na tabela (5.1) [8],[29].

	Descrição	Unidade	Mínimo	Máximo	Nominal
A	area do pistão	m^2	$1,050 \times 10^{-3}$	$1,110 \times 10^{-3}$	$1,075 \times 10^{-3}$
V_t	volume do cilindro	m^3	-	-	$0,874 \times 10^{-3}$
m	massa da carga	Kg	50	300	128,7
β	módulo de compressibilidade	N/m^2	9×10^8	16×10^8	14×10^8
b	coeficiente de amortecimento viscoso	N/m	50	564	163
K_C	coeficiente de vazão-pressão	m^5/Ns	-	-	$2,5 \times 10^{-12}$
K_Q	coeficiente de pressão	m^2/s	-	-	0,76

Tabela 5.1: Parâmetros do atuador linear hidráulico

A fim de se obter a estrutura da equação (3.27) para o seguimento no subsistema hidráulico, uma pequena modificação é feita na lei de controle (3.25), visto que a não-linearidade representada pela raiz quadrada não aparece no modelo linearizado. Então, apenas uma realimentação direta da diferença entre a pressão de referência e a pressão no cilindro acrescida de uma parcela para cancelar a dependência da pressão com a velocidade serão utilizadas na lei de controle:

$$u = K_X(P_{\Delta d} - P_\Delta) + \frac{A}{K_Q}\dot{y} \quad (5.3)$$

Substituindo (5.3) em (5.2), tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{P}_\Delta &= -\frac{4\beta A}{V_t}\dot{y} - \frac{4\beta K_C}{V_t}P_\Delta + \frac{4\beta K_Q}{V_t} \left[K_X(P_{\Delta d} - P_\Delta) + \frac{A}{K_Q}\dot{y} \right] \\ \dot{P}_\Delta &= -\frac{4\beta}{V_t} [K_C + K_Q K_X] P_\Delta + \frac{4\beta}{V_t} K_Q K_X P_{\Delta d} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Reescrevendo (5.4) na forma de função de transferência

$$P_\Delta = \frac{\frac{4\beta}{V_t} K_Q K_X}{s + \frac{4\beta}{V_t} (K_C + K_Q K_X)} P_{\Delta d} \quad (5.5)$$

percebe-se que ela assemelha-se à equação (3.27). Substituindo-se os valores numéricos dados na tabela (5.1), chega-se à representação:

$$P_{\Delta} = \frac{4,7414 \times 10^{12} K_X}{s + 6,4073 \times 10^{12}(2,4 \times 10^{-12} + 0,74 K_X)} \quad (5.6)$$

A partir da equação (5.6), pode-se notar que ela representa uma função de transferência com ganho praticamente unitário. Conforme comentado anteriormente, este subsistema é de difícil tratamento numérico, devido aos altos valores presentes. Enfrentou-se, portanto, um compromisso entre o valor para o ganho K_X e o intervalo de integração numérica no simulador, como forma de evitar que (5.6) apresentasse um comportamento numericamente instável, apesar de claramente tratar-se de um sistema estável. Sendo assim, um ganho $K_X = 1 \times 10^{-8}$ foi utilizado resultando como lei de controle para o subsistema hidráulico:

$$u = 1 \times 10^{-8}(P_{\Delta d} - P_{\Delta}) + 1,4527 \times 10^{-3} \dot{y} \quad (5.7)$$

O projeto da lei de controle de estrutura variável para seguimento no subsistema mecânico pode ser dividido em duas partes, de acordo com o comportamento desejado: controle de posição ou seguimento de trajetória.

5.2.1 Comportamento regulador

De acordo com o exposto no capítulo 4, o projeto do controlador de estrutura variável divide-se em duas etapas: escolha da superfície de deslizamento e escolha da lei de controle chaveada. Para o comportamento regulador, deseja-se que o atuador hidráulico posicione a carga em uma posição de referência $y_d = 0,1m$, em um tempo de 2 segundos. Estes parâmetros de desempenho podem ser levados em conta como é mostrado a seguir.

- Escolha da superfície de deslizamento

Pode-se definir, de acordo com a equação (4.54), a superfície de deslizamento como:

$$S(x, t) = 2x_1(t) + x_2(t) - 0,2 \quad (5.8)$$

Ao ser atingida pela trajetória de estados, tem-se que $S(x, t) = 0$, ou seja:

$$x_2(t) = -2x_1(t) + 0,2 \quad (5.9)$$

Representando a dinâmica do subsistema mecânico, descrita na equação (5.1) na forma de equações de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{A}{m} \end{bmatrix} P_{\Delta d} \quad (5.10)$$

Substituindo-se (5.9) na parcela $\dot{x}_1(t)$ de (5.10):

$$\dot{x}_1(t) = -2x_1(t) + 0,2 \quad (5.11)$$

cuja solução é:

$$x_1(t) = 0,1 + \underbrace{e^{-2t}}_{\text{erro}} \quad (5.12)$$

Verifica-se, portanto, que a resposta $x_1(t)$ atende às especificações de desempenho definidas acima. Além disto, percebe-se que a superfície é globalmente exponencialmente estável.

- Escolha da lei de controle

De acordo com (4.38), a lei de controle é dada por:

$$\begin{aligned} P_{\Delta d}(t) &= P_{\Delta EQ}(t) + P_{\Delta N}(t) \\ P_{\Delta d}(t) &= - \left[\frac{\partial S}{\partial x} B \right]^{-1} \left[\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x} A x \right] + \left[\frac{\partial S}{\partial x} B \right]^{-1} \alpha \operatorname{sgn}(S) ; \alpha < 0 \\ P_{\Delta d}(t) &= -8,78 \times 10^4 [x_2 + \operatorname{sgn}(2x_1 + x_2 - 0,2)] \end{aligned} \quad (5.13)$$

Com as leis de controle representadas em (5.7) e (5.13) são obtidos os resultados ilustrados na figura 5.1. A posição e a velocidade da carga aparecem nos dois primeiros gráficos, e pode ser observado que os valores de referência são atingidos com erros nulos em regime, dentro do tempo especificado. O terceiro gráfico apresenta a entrada de controle $u(t)$, e já que para atuadores hidráulicos uma abertura constante na válvula resulta em uma velocidade constante do pistão [20], pode-se notar nos gráficos que um aumento constante na abertura da válvula resulta em uma aceleração constante da carga, até o instante em que a superfície é atingida. O último gráfico descreve a trajetória no espaço de estados para o subsistema mecânico. Percebe-se que a superfície é atingida a partir das condições iniciais $(y(0) ; \dot{y}(0)) = (0 ; 0)$, e sobre ela ocorre o deslizamento até as condições finais impostas para o controle de posição $(y(t > t_1) ; \dot{y}(t > t_1)) = (0,1 ; 0)$.

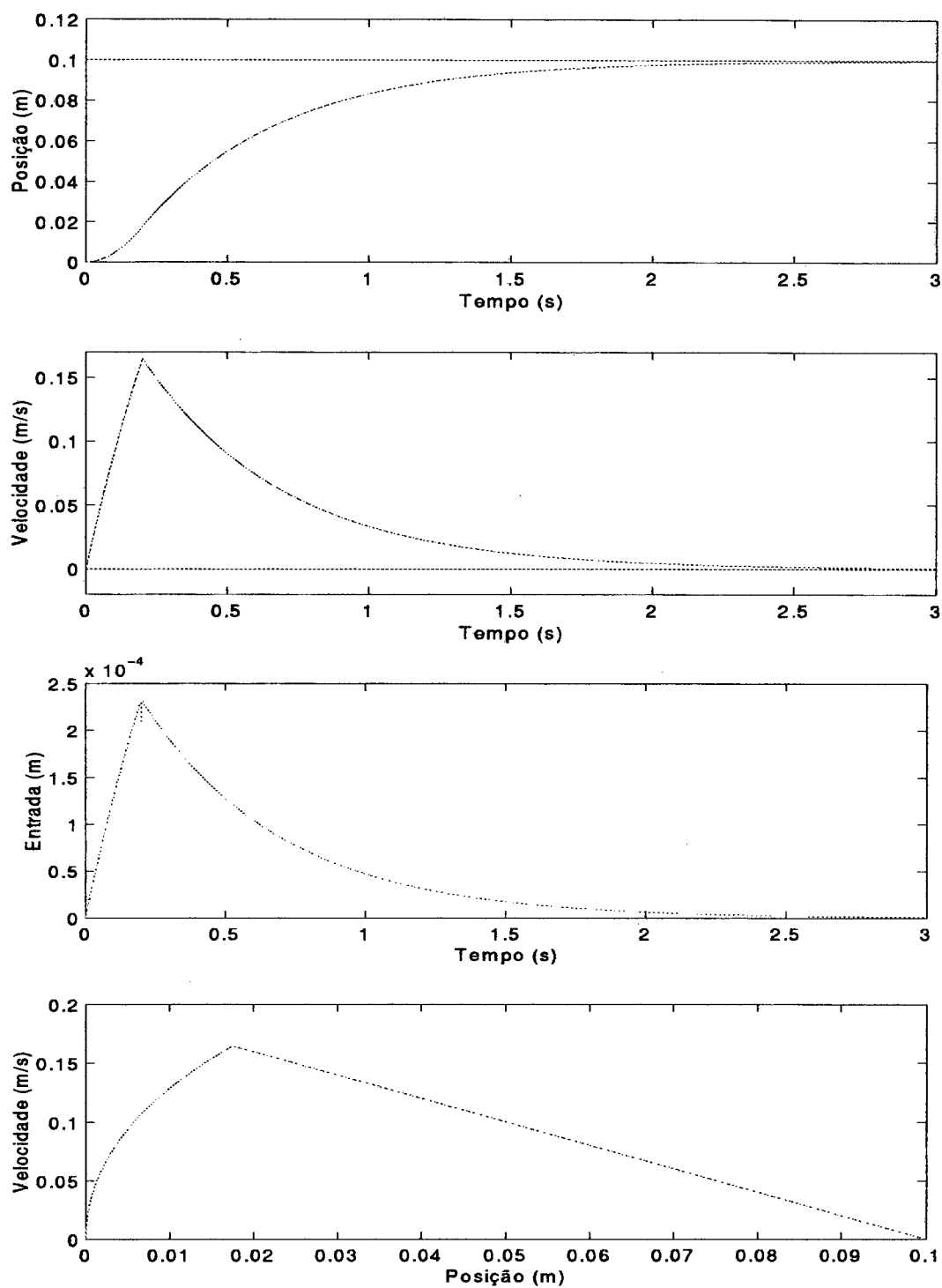


Figura 5.1: Desempenho do sistema nominal para comportamento regulador

5.2.2 Comportamento servo

Para o comportamento servo, é requerido do sistema que ele rastreie uma trajetória de referência descrita pela função $y_d(t) = 0,1 \text{sen} \left(\frac{\pi}{2}t \right)$, em um tempo de 2 segundos. Assim, podem-se definir os parâmetros do controle de estrutura variável:

- Escolha da superfície de deslizamento

De acordo com (4.59), a superfície de deslizamento é definida por:

$$S(x, t) = 2x_1(t) + x_2(t) - \left[0,1 \frac{\pi}{2} \cos \left(\frac{\pi}{2}t \right) + 0,2 \text{sen} \left(\frac{\pi}{2}t \right) \right] \quad (5.14)$$

Procedendo da mesma forma que foi feito para o comportamento regulador, a resposta para a posição da carga é dada por:

$$x_1(t) = 0,1 \text{sen} \left(\frac{\pi}{2}t \right) + \underbrace{e^{-ct}}_{\text{erro}} \quad (5.15)$$

e novamente as especificações de desempenho são atingidas.

- Escolha da lei de controle

A lei de controle para este caso difere da do caso anterior pela presença do termo $\frac{\partial S}{\partial t}$ e pela maior complexidade de $S(x, t)$. Assim, de acordo com (4.38), esta pode ser expressa como:

$$P_{\Delta d}(t) = -1,19 \times 10^5 \left\{ 0,1 \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \text{sen} \left(\frac{\pi}{2}t \right) - 0,2 \frac{\pi}{2} \cos \left(\frac{\pi}{2}t \right) + 0,73x_2 + \right. \\ \left. \text{sgn} \left[2x_1 + x_2 - 0,1 \frac{\pi}{2} \cos \left(\frac{\pi}{2}t \right) - 0,2 \text{sen} \left(\frac{\pi}{2}t \right) \right] \right\} \quad (5.16)$$

Os resultados de simulação para o caso servo são expostos na figura 5.2, e sua análise é similar à feita para o caso regulador.

5.3 Simulações com o sistema perturbado

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos quando o sistema está sujeito a incertezas paramétricas (quantizadas na tabela (5.1)) e perturbações externas (representadas

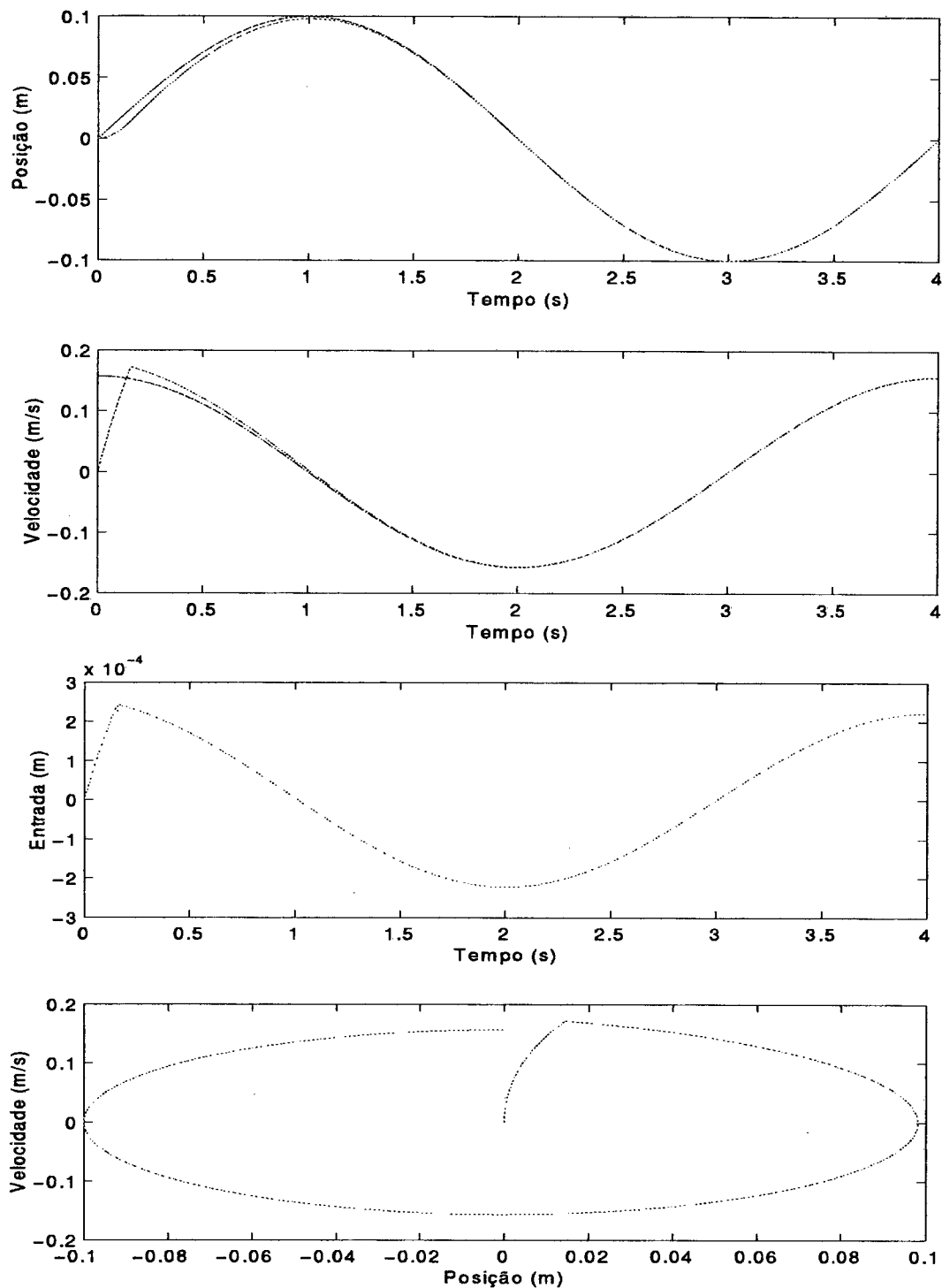


Figura 5.2: Desempenho do sistema nominal para comportamento servo

por uma força variante F_L imposta sobre a carga, que age sobre o subsistema mecânico de acordo com a figura 5.3), como forma de verificar a robustez do controle de estrutura variável. Sendo assim, (5.10) pode ser reescrita como¹:

$$\dot{x} = (A_0 + \Delta A)x + (B_0 + \Delta B)P_{\Delta d} - (B_0 + \Delta B)P_{\Delta L} \quad (5.17)$$

onde o par (A_0, B_0) corresponde ao sistema nominal, ΔA e ΔB são as variações em torno dos valores nominais dos parâmetros, e $P_{\Delta L}$ representa uma perturbação externa.

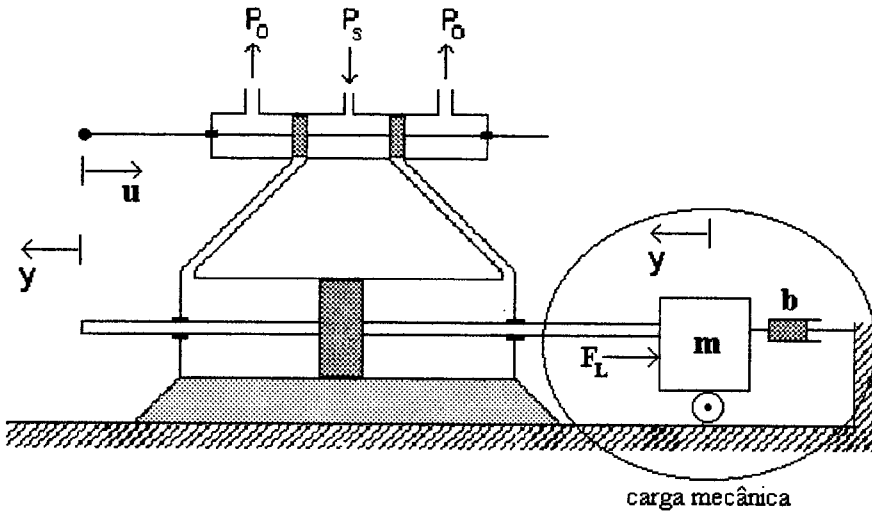


Figura 5.3: Representação da perturbação sobre o sistema

Para o seguimento no subsistema hidráulico, utiliza-se a mesma lei de controle (5.7). Também para o subsistema mecânico, a **lei de controle equivalente** $P_{\Delta EQ}(t)$ e a superfície de deslizamento $S(x, t)$ serão as mesmas utilizadas para o caso nominal, visto que a dinâmica do sistema restrito ao deslizamento é determinada apenas em função do sistema nominal, conforme visto no capítulo 4. A incorporação das incertezas será feita no projeto da parcela $P_{\Delta N}(t)$, de acordo com o comportamento desejado. É suposto que a força variante sobre a carga tem um limite máximo em módulo conhecido de 800 N ($0 \leq |F_L| \leq 800 \text{ N}$).

¹Como visto anteriormente, para incorporação das perturbações no projeto da lei de controle, é necessário que o sistema obedeça às **condições de matching**, ou seja, que a matriz de entrada da perturbação pertença à imagem de B . Como a área nominal do pistão é conhecida, substituiu-se a força de carga F_L por uma “pressão de carga” $P_{\Delta L}$, visto que se pode expressar $F_L = A \times P_{\Delta L}$, e o novo limite para a perturbação é de $744 \times 10^3 \text{ Pa}$. Esta simplificação é feita para ser válida a equação (4.40).

5.3.1 Comportamento regulador

Já que um limite superior do módulo das perturbações é conhecido, a parcela $P_{\Delta N}(t)$ pode ser expressa de acordo com (4.43):

$$P_{\Delta N}(x, t) = \begin{cases} -\frac{B^T \left[\frac{\partial S}{\partial x} \right]^T S}{\|B^T \left[\frac{\partial S}{\partial x} \right]^T S\|} [\rho(x, t) + \alpha(x, t)] & \text{se } S(x, t) \neq 0 \\ 0 & \text{se } S(x, t) = 0 \end{cases}$$

$$P_{\Delta N}(x, t) = -1,49 \times 10^6 \operatorname{sgn}(2x_1 + x_2 - 0, 2) \quad (5.18)$$

e a lei de controle final $P_{\Delta d}$ pode ser obtida adicionando-se à equação (5.18) a parcela correspondente à lei de controle equivalente, ou seja:

$$P_{\Delta N}(x, t) = -8,78 \times 10^4 x_2 - 1,49 \times 10^6 \operatorname{sgn}(2x_1 + x_2 - 0, 2) \quad (5.19)$$

Os resultados obtidos podem ser vistos na figura 5.4. Percebe-se, para esta simulação, que a lei de controle aplicada chaveia com uma velocidade extremamente alta (terceiro gráfico da figura 5.4). Este sinal, conhecido como *chattering*, apresenta vários inconvenientes para aplicações práticas: o primeiro, de ordem física, é que os atuadores não seriam capazes de responder a esta entrada, dado que suas velocidades de atuação são limitadas. O segundo, é que um sinal de alta frequência como este poderia excitar dinâmicas não-modeladas da servoválvula e levar o sistema à instabilidade. Aplicando o conceito de **camada limite** definido no capítulo 4, adotando-se para esta o valor de 10^{-3} , obtém-se a lei de controle representada no quarto gráfico da figura 5.4, eliminando-se a presença de *chattering*. Apesar desta modificação, não houve diferenças perceptíveis nas respostas do sistema.

5.3.2 Comportamento servo

Neste caso, serão utilizadas as mesmas trajetórias de referência do comportamento servo para o sistema nominal. Sendo assim, pode-se definir $P_{\Delta N}$ como:

$$P_{\Delta N}(x, t) = -1,49 \times 10^6 \operatorname{sgn} \left[2x_1 + x_2 - 0,1 \frac{\pi}{2} \cos \left(\frac{\pi}{2} t \right) - 0,2 \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{2} t \right) \right] \quad (5.20)$$

resultando em uma lei de controle final $P_{\Delta d}(t)$ dada por:

$$P_{\Delta d}(t) = -1,19 \times 10^5 \left\{ 0,1 \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{2} t \right) - 0,2 \frac{\pi}{2} \cos \left(\frac{\pi}{2} t \right) + 0,73 x_2 \right\}$$

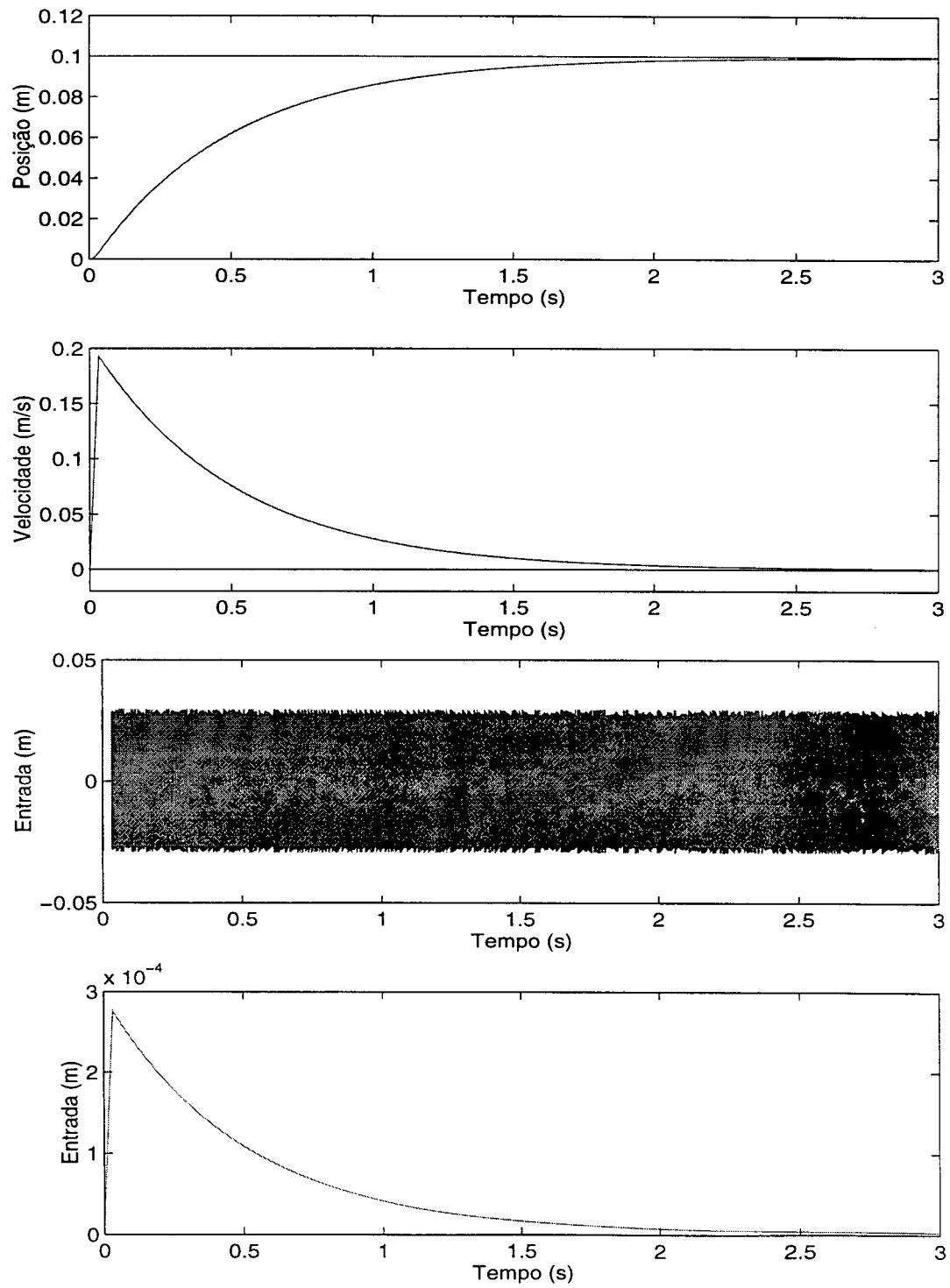


Figura 5.4: Desempenho do sistema perturbado para comportamento regulador

$$-1,49 \times 10^6 \operatorname{sgn} \left[2x_1 + x_2 - 0,1 \frac{\pi}{2} \cos \left(\frac{\pi}{2} t \right) - 0,2 \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{2} t \right) \right] \quad (5.21)$$

A figura 5.5 ilustra os resultados obtidos. Apesar de não aparecer explicitamente na figura, evidenciou-se, assim como para o comportamento regulador, a existência de *chattering*, que foi contornado utilizando o conceito de camada limite.

5.4 Aplicação para o modelo não-linear

Nesta seção, aplicar-se-á o controlador proposto, baseado no modelo linearizado, ao modelo não-linear de 3ª ordem do atuador linear hidráulico. Isto será feito para verificar se as simplificações realizadas no processo de linearização comprometem o desempenho do sistema, quando este é controlado por um controlador mais simples. Então, ao modelo não-linear descrito pela equação (2.34) será aplicada a lei de controle descrita pelas equações (5.7) e (5.16). As trajetórias de referência serão as mesmas utilizadas para o comportamento servo do modelo linearizado. Os resultados obtidos são mostrados na figura 5.6, onde são mostrados, no primeiro gráfico, a posição de referência e a saída obtida, e no segundo gráfico a lei de controle aplicada. Especial atenção deve ser dada ao terceiro gráfico, onde está representada a diferença entre os erros de posição, obtidos aplicando-se o controlador aos modelos linearizado e não-linear, ou seja, $x_1 \text{ linear} - x_1 \text{ não-linear}$. Em regime, obtém-se uma diferença da ordem de $10^{-5} m$, que é aceitável para a aplicação desejada, justificando-se assim a utilização do controle baseado no modelo linearizado. Apesar de não ser mostrado na figura, a aplicação do controlador linear ao modelo não-linear quando este está sujeito a variações paramétricas e perturbações externas fornece o mesmo nível de desempenho obtido para o caso nominal, permitindo sua aplicação também para este caso.

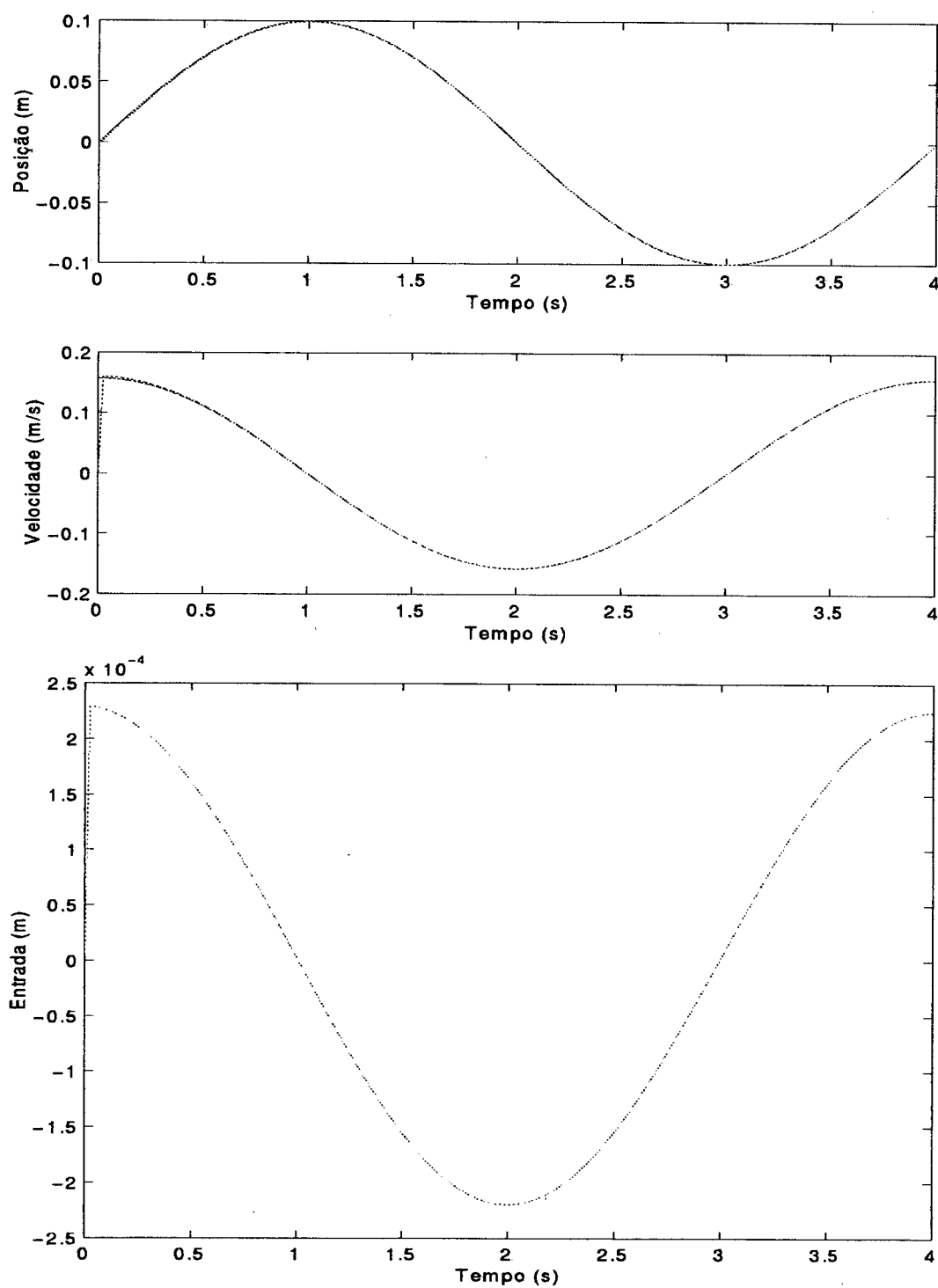


Figura 5.5: Desempenho do sistema perturbado para comportamento servo

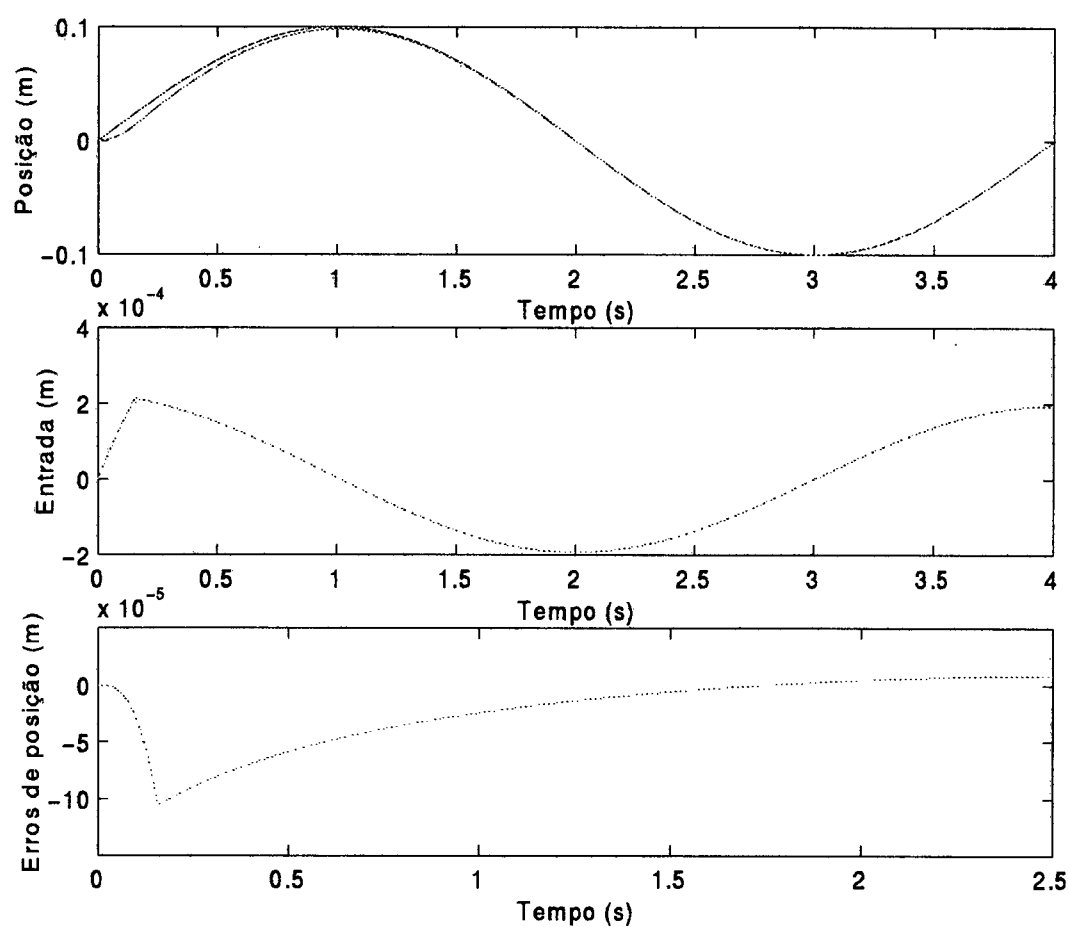


Figura 5.6: Aplicação do controlador linear para o modelo não-linear

5.5 Conclusão

Os resultados de simulações ilustrados neste capítulo mostraram a eficiência do controle em cascata com estrutura variável. Os requisitos de desempenho foram satisfeitos tanto para o comportamento regulador quanto servo, independentemente da presença de perturbações devido à robustez do controle de estrutura variável. Também foi implementado o conceito de camada limite, que se mostrou eficiente na eliminação de *chattering* para o subsistema mecânico. O controle proposto, quando aplicado ao modelo não-linear, forneceu desempenho satisfatório, justificando assim a sua utilização para o controle do atuador linear hidráulico. Os resultados apresentados mostram a característica de robustez inerente ao controle por estrutura variável. Este resultado é de grande importância para aplicações práticas, principalmente no caso de sistemas hidráulicos que, conhecidamente, apresentam parâmetros pouco conhecidos e estão sujeitos a perturbações externas.

Capítulo 6

Conclusões

Este trabalho encerra uma primeira etapa de estudos sobre o controle do atuador linear hidráulico desenvolvida conjuntamente no Laboratório de Controle e Microinformática (DAS), Laboratório de Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos (EMC) e Laboratório de Projeto (EMC), dando continuidade aos trabalhos realizados por Paim [29] e Cunha [7]; seus objetivos podem ser resumidos nos seguintes pontos:

- estudo dos fundamentos de sistemas hidráulicos;
- modelagem matemática do atuador linear hidráulico;
- estudo da técnica de controle de estrutura variável;
- projeto do controlador em cascata com estrutura variável para o atuador linear hidráulico.

Com este intuito, o segundo capítulo tratou da descrição e modelagem do atuador hidráulico, baseado nas propriedades e relações fundamentais dos sistemas hidráulicos. Foram deduzidos os três modelos que são encontrados na literatura: modelo não-linear de 3ª ordem, modelo não-linear de 4ª ordem e modelo linearizado. Os resultados de simulação evidenciaram que o erro cometido ao representar-se o sistema por seu modelo linearizado é desprezível, justificando assim a utilização de um modelagem mais simples, e, por conseguinte, um controlador mais simples. A suposição de que o cilindro se encontra inicialmente na posição central no processo de linearização também se mostrou

irrelevante para os comportamentos desejados, ou seja, o modelo assim obtido foi testado para condições iniciais não nulas, e os resultados foram igualmente satisfatórios.

No capítulo 3, foi feita uma descrição dos resultados obtidos em outros trabalhos para a aplicação de técnicas clássicas de controle e de realimentação de estados ao caso do atuador hidráulico, onde também são evidenciados os problemas decorrentes destas aplicações, causados na grande maioria pelas limitações impostas aos ganhos dos controladores devido ao baixo amortecimento observado para o atuador. Estes e outros problemas também expostos no capítulo 3, como a forte presença de incertezas paramétricas e considerações realizadas nas etapas de modelagem, feitas para simplificação ou pelo pouco conhecimento sobre os fenômenos envolvidos, justificaram a busca de técnicas de controle mais eficientes. Baseada nas características estruturais do modelo, a técnica de controle em cascata foi apresentada como alternativa na obtenção de melhores resultados. Foi mostrado como se pode dividir o atuador em dois subsistemas interconectados, tratando-os com técnicas diferentes de controle.

O capítulo 4 apresentou um estudo sobre a técnica de controle de estrutura variável, ressaltando suas qualidades para tratar sistemas não-lineares. Foram também demonstradas as suas propriedades de robustez, o que permite que esta técnica seja utilizada para sistemas que apresentem incertezas paramétricas e que estejam sujeitos a perturbações externas. Este motivo levou a utilização do controle de estrutura variável para o subsistema mecânico. O importante conceito de camada limite foi introduzido, como forma de contornar um grande inconveniente deste tipo de controle, que é a sua elevada frequência de chaveamento. Uma modificação na lei de controle foi proposta para eliminar este problema.

O capítulo 5 mostrou as simulações realizadas, que corroboraram as afirmações feitas neste trabalho, e comprovaram a eficiência do controlador proposto para todas as condições impostas. O objetivo principal deste trabalho, que era propor uma técnica de controle que fosse capaz de incorporar robustez ao comportamento do atuador hidráulico, foi cumprido, mesmo sendo os sistemas hidráulicos fortemente sujeitos a incertezas paramétricas e perturbações. Este fato é fundamental se implementações práticas são desejadas. Este crédito deve-se às características do controle a estrutura variável.

Um prosseguimento futuro deste trabalho deverá incluir uma maneira de garantir robustez também no controle do subsistema hidráulico, e a modelagem de atuadores rotacionais, a partir da servoválvula do tipo *rotary vane*. Para uma implementação prática das técnicas de controle apresentadas na área de robótica, a incorporação da modelagem do atuador hidráulico ao modelo de um robô manipulador também deverá ser realizada.

Bibliografia

- [1] P. L. Andrighetto. Posicionador eletrohidráulico controlado por válvula proporcional direcional. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Agosto 1996.
- [2] E. Bayley e A. Arapostathis. Simple sliding mode control scheme applied to robot manipulators. *International Journal of Control*, 45(4):1197–1209, 1987.
- [3] M. Bergerman. Controle robusto de posição de manipuladores mecânicos. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.
- [4] T. D. Burton. *Introduction to dynamic systems analysis*. McGraw Hill, New York, 1994.
- [5] C. T. Chen. *Linear system theory and design*. Holt, Rinehart and Wiston, New York, 1984.
- [6] J. P. V. S. Cunha, R. R. Costa, e L. Hsu. Design of a high performance variable structure position control of ROV's. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 20(1):42–55, 1995.
- [7] M. A. B. Cunha. Controle em cascata com adaptação de parâmetros aplicado a um atuador hidráulico. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Fevereiro 1997.
- [8] E. J. Davison. Benchmark problems for control system design. *IFAC Theory Comitee Report*, página 30, 1990.

- [9] J. J. Dazzo e C. H. Houpis. *Análise e projeto de sistemas de controle lineares*. Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1981.
- [10] R. A. DeCarlo, S. H. Žak, e S. V. Drakunov. Variable structure, sliding mode controller design. Em W. S. Levine, editor, *The Control Handbook*, páginas 941–951, Boca Raton, 1996. CRC Press and IEEE Press.
- [11] R. A. DeCarlo, S.H. Žak, e G.P. Matthews. Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial. *Transactions of the IEEE*, 76(3):212–232, 1988.
- [12] V. J. DeNegri. Modelagem de servomecanismos hidráulicos e simulação de um servomecanismo mecânico-hidráulico. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1987.
- [13] C. W. DeSilva. *Control sensors and actuators*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1989.
- [14] R. Guenther, M. A. B. Cunha, E. R. De Pieri, e C. C. Paim. Controle em cascata de um atuador linear hidráulico. Em *Anais do IV Encontro Latino Americano de Fluidomecânica*, páginas 209–214, Itajubá, Abril 1997.
- [15] R. Guenther e L. Hsu. Variable structure adaptive cascade control of rigid-link electrically-driven robot manipulators. Em *Proceedings of IEEE 32nd. Conference on Decision and Control*, páginas 2137–2142, San Antonio, Dezembro 1993.
- [16] R. Guenther e E. R. De Pieri. Cascade control of hydraulic actuators for robot manipulators. Em *Proceedings of the 9th. Workshop on Dynamics and Control*, páginas 18–19, Rio de Janeiro, Agosto 1996.
- [17] J. H. Heintze. *Design and control of a hydraulically actuated industrial brick laying robot*. Tese de Doutorado, Technische Universiteit Delft, Groningen, Março 1997.
- [18] J. H. Heintze, R.M. Peters, e A.J.J. van der Weiden. Cascade ΔP and sliding mode for hydraulic actuators. Em *Proceedings of the 3rd. European Control Conference*, Rome, Setembro 1995.
- [19] J. H. Heintze, G. Schothorst, A.J.J. van der Weiden, e P.C. Teerhuis. Modelling and control of an industrial hydraulic rotary vane actuator. Em *Proceedings of the 32nd.*

- Conference on Decision and Control*, páginas 1913–1919, San Antonio, Dezembro 1993.
- [20] J. H. Heintze e A. J. J. van der Weiden. Inner-loop design and analysis for hydraulic actuators, with an application to impedance control. *Control Engineering and Practice*, 3(9):1323–1330, 1995.
- [21] L. Hsu e R. R. Costa. Controle adaptativo por modos deslizantes: Teoria e aplicações. Em *Anais de Minicursos do 11º Congresso Brasileiro de Automática*, páginas 39–60, São Paulo, Setembro 1996.
- [22] L. Hsu e F. Lizarralde. Experimental results on variable structure adaptive control without joint velocity measurement. Em *Proceedings of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, páginas 2317–2321, 1995.
- [23] P. K. Khosla. Recent advances in experimental robot control. Em *Kinematic and Dynamic Issues in Sensor Based Control*, páginas 161–178, Berlin, 1990. NATO ASI series Vol. F57, Springer-Verlag.
- [24] L. G. C. O. Lopes, E. R. De Pieri, e R. Guenther. Robust control applied to hydraulic servopositioning systems. Submetido ao XII Congreso Chileno de Ingeniería Eléctrica, Temuco - CHILE, Novembro 1997.
- [25] L. G. C. O. Lopes, E. R. De Pieri, e R. Guenther. Variable structure control applied to hydraulic robot manipulators. Em *Resumenes de I Simposio de Control Automático - CIMAFA '97*, Ciudad de la Havana, Março 1997.
- [26] L. G. C. O. Lopes, E. R. De Pieri, e R. Guenther. Variable structure control applied to linear hydraulic actuators. Submetido ao XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Bauru - SP, Dezembro 1997.
- [27] A. G. Luk'yanov e V. I. Utkin. Methods of reducing equations of dynamic systems to regular form. *Avtomatika i Telemekhanika*, 4:5–13, 1981.
- [28] K. Ogata. *Engenharia de controle moderno*. Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro, 1993.

- [29] C. C. Paim. Técnicas de controle aplicadas a um atuador hidráulico. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Fevereiro 1997.
- [30] N. Sepheri, G. A. M. Dumont, P. D. Lawrence, e F. Sassani. Cascade control of hydraulically actuated manipulators. *Robotica*, 8:207–216, 1990.
- [31] R. Sepulchre, M. Janković, e P. V. Kokotović. *Constructive nonlinear control*. Springer Verlag, London, 1997.
- [32] J. J. E. Slotine e W. Li. On the adaptive control of robot manipulators. *International Journal of Robotics Research*, 6(3):49–59, 1987.
- [33] J. J. E. Slotine e W. Li. *Applied nonlinear control*. Prentice-Hall, New Jersey, 1990.
- [34] J. J. E. Slotine e S. S. Sastry. Tracking control of non-linear systems using sliding surfaces with application to robot manipulators. *International Journal of Control*, 38(2):465–492, 1983.
- [35] J. D. Stringer. *Hydraulic systems analysis*. The Macmillan Press, London, 1976.
- [36] V. I. Utkin. Variable structure systems: present and future. *Avtomatika i Telemekhanika*, 9:5–25, 1982.
- [37] V. I. Utkin. *Sliding modes in control and optimization*. Springer Verlag, Berlin, 1992.
- [38] G. van Schothorst, P. C. Teerhuis, e A. J. J. van der Weiden. Stability analysis of a hydraulic servo-system including transmission line effects. *Selected Topics in Identification, Modelling and Control*. Delft University Press, 7(1):93–99, Dezembro 1994.
- [39] M. Vidyasagar. *Nonlinear systems analysis*. Prentice-Hall, New York, 1993.
- [40] J. Waton. *Fluid power systems*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1989.
- [41] D. E. Whitney. Historical perspective and state-of-the-art in robot force control. *The International Journal of Robotics Research*, 6(1):3–14, 1987.

-
- [42] W. C. Yang e W. E. Tobler. Dissipative modal approximation of fluid transmission lines using linear friction model. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME*, 113:152–162, 1991.
- [43] K. K. D. Young, P. V. Kokotović, e V. I. Utkin. A singular perturbation analysis of high-gain feedback systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-22(6):931–938, 1977.